

Das Travelling Salesman Problem

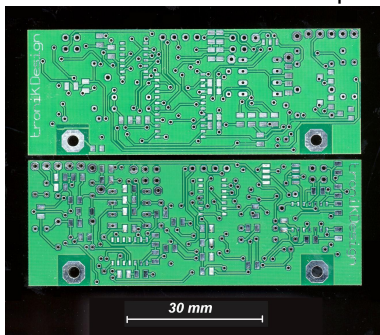
Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1

Nenne zwei verschiedene Anwendungen im Bereich von Technik und Wirtschaft, in denen die Lösung des Travelling Salesman Problems von Bedeutung ist.

Aufgabe 1

- ▶ Logistik: Tour eines Postboten oder eines Paketverteilers
- ▶ Technik: Bohren von Leiterplatten



Quelle: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dldklpcb.jpg>

Ulfbastel, CC BY-SA 3.0 <<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>

Aufgabe 2

Wie viele grundsätzlich verschiedene Rundreisen gibt es bei einem

- (a) symmetrischen,
- (b) unsymmetrischen

TSP mit 9 Städten?

Aufgabe 2

(a) $9! : 2 = 181\,440$ Rundreisen

(b) $9! = 362\,880$ Rundreisen

Aufgabe 3

Bestimme alle Permutationen der Zeichen in $\{U, Z, C, J, D\}$, die mit UZ beginnen.

Aufgabe 3

Alle Permutationen von $\{U, Z, C, J, D\}$, die mit UZ beginnen:

UZCJD

UZJCD

UZDCJ

UZCDJ

UZJDC

UZDJC

Aufgabe 4

Berechne $\frac{96!}{95!}$.

Aufgabe 4

$$\frac{96!}{95!} = \frac{96 \cdot 95!}{95!} = 96$$

Aufgabe 5

Vereinfache $146 \cdot 144! \cdot 145$.

Aufgabe 5

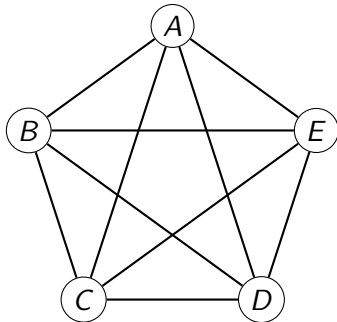
$$146 \cdot 144! \cdot 145 = 146 \cdot 145 \cdot 144! = 146!$$

Aufgabe 6

- (a) Skizziere einen vollständigen Graphen mit den 5 Knoten A, B, \dots, E .
- (b) Wie viele Kanten hat dieser Graph insgesamt?

Aufgabe 6

(a) Vollständiger Graph mit 5 Knoten:



(b) $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ Kanten

Aufgabe 7

Bestimme für die folgende Distanzmatrix die Tour(en) mit minimaler Länge.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	8	8	7
<i>B</i>	8	0	4	2
<i>C</i>	8	4	0	8
<i>D</i>	7	2	8	0

Aufgabe 7

	A	B	C	D
A	0	8	8	7
B	8	0	4	2
C	8	4	0	8
D	7	2	8	0

$ABCDA \Rightarrow 27$

$ABDCA \Rightarrow 26$

$ACBDA \Rightarrow 21$ optimale Route

$ACDBA \sim ABDCA$

$ADBCA \sim ACBDA$

$ADCBA \sim ABCDA$

Aufgabe 8

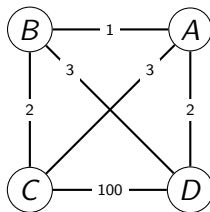
Gegeben ist folgende Distanzmatrix

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	0	1	3	2
<i>B</i>	1	0	2	3
<i>C</i>	3	2	0	100
<i>D</i>	2	3	100	0

Zeige, dass mit der Nearest-Neighbor-Heuristik für jeden Startknoten dieselbe Tourlänge erhält. Gibt es eine bessere Lösung? Wenn ja, welche?

Aufgabe 8

	A	B	C	D
A	0	1	3	2
B	1	0	2	3
C	3	2	0	100
D	2	3	100	0



$A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{100} D \xrightarrow{2} A$ Länge: 105

$B \xrightarrow{1} A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{100} C \xrightarrow{2} B$ Länge: 105

$C \xrightarrow{2} B \xrightarrow{1} A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{100} C$ Länge: 105

$D \xrightarrow{2} A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{100} D$ Länge: 105

Die Route $ADBCA$ mit der Länge 10 ist deutlich kürzer.

Die Nearest Neighbor-Heuristik sucht *gierig* nach der nächsten kürzesten Verbindung und wird so möglicherweise am Ende dazu gezwungen, Strecken mit hohen Kosten zu durchlaufen.

Aufgabe 9

Eine Implementierung des Brute Force-Algorithmus zur Lösung eines TSPs benötigt auf einem Computer für 12 Städte etwa 30 Sekunden.

Wie lange wird dieselbe Implementierung auf demselben Computer zur Lösung eines TSPs mit 14 Städten ungefähr benötigen?

Aufgabe 9

$$T(12) = C \cdot 12! = 30 \text{ s}$$

$$T(14) = C \cdot 14! = 14 \cdot 13 \cdot C \cdot 12! = 182 \cdot 30 \text{ s} = 5460 \text{ s} = 91 \text{ Min}$$