

Topologisches Sortieren

Theorie

Ablaufplanung mit Vorrangbedingungen

Gegeben sei eine Menge von gegebenen Arbeitsschritten mit Vorrangbedingungen, die angeben, dass bestimmte Arbeitsschritte beendet sein müssen, bevor andere angefangen werden können.

Ist es möglich, die Arbeitsschritte so zu organisieren, so dass sie unter Einhaltung der Bedingungen alle erledigt werden? Und wenn ja, wie?

Topologisches Sortieren

Stelle in einem gegebenen gerichteten Graphen eine Knotenordnung her, bei der alle gerichteten Kanten von einem der in der Ordnung vorangehenden Knoten zu einem in der Ordnung nachfolgenden Knoten zeigen oder melde, dass dies nicht möglich ist.

Anwendungen

- ▶ Produktionsplanung
- ▶ Studienplanung: Welche Vorlesungen werden für andere vorausgesetzt?

Der Algorithmus von Kahn (1962)

Input: Gerichteter Graph (*directed graph* oder kurz *digraph*)

S = leere Liste

So lange es noch Knoten $v \notin S$ ohne Eingangskanten gibt:

 Lösche alle Ausgangskanten von v

 Stelle v ans Ende von S

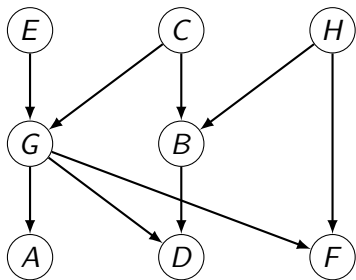
Wenn es noch ungelöschte Kanten gibt:

 return "Graph hat mindestens einen Zyklus"

Sonst:

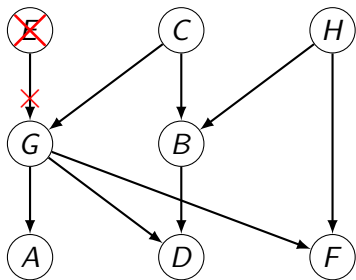
 return S (eine topologische Sortierung der Knoten)

Beispiel 1



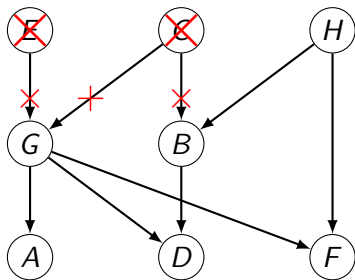
S:

Beispiel 1



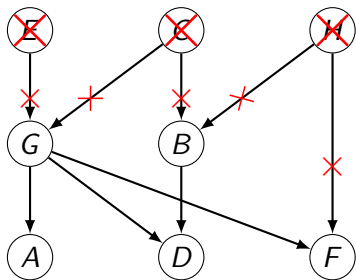
S: **E**

Beispiel 1



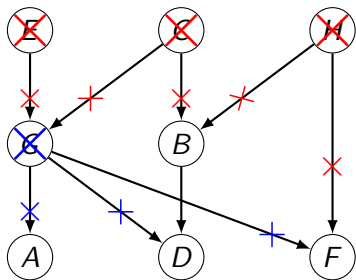
S: E C

Beispiel 1



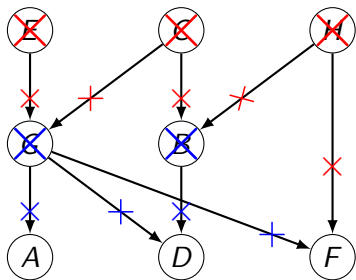
S: E C H

Beispiel 1



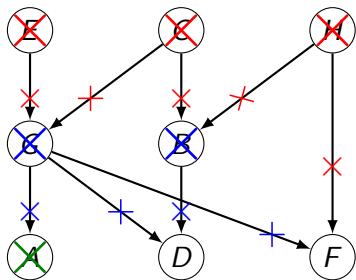
S: E C H G

Beispiel 1



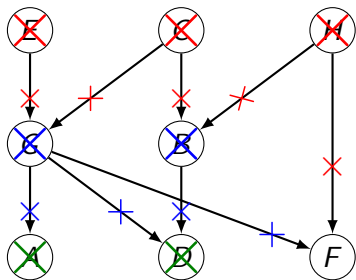
S: E C H G B

Beispiel 1



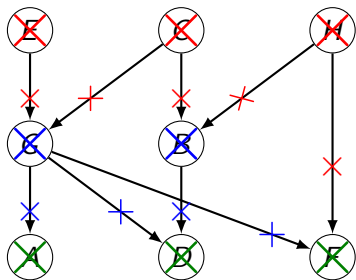
S: E C H G B A

Beispiel 1



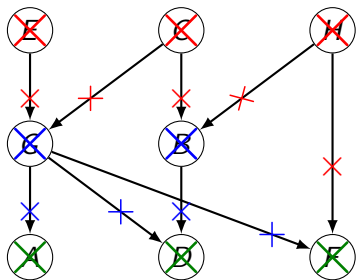
S: E C H G B A D

Beispiel 1



S: E C H G B A D F

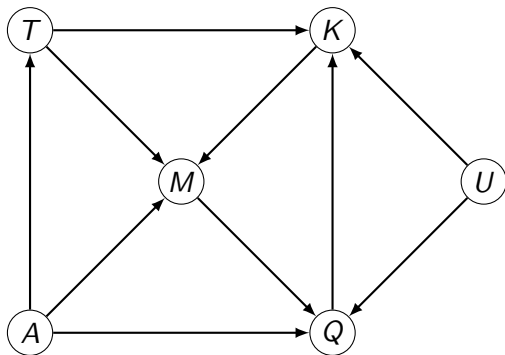
Beispiel 1



S: E C H G B A D F

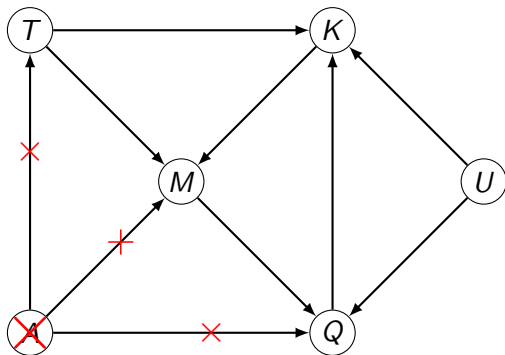
Da keine Knoten mehr übrig sind, stoppt der Algorithmus und gibt eine mögliche topologische Sortierung aus. Darüber hinaus wissen wir auch, dass der Graph keine Zyklen enthält; also **azyklisch** ist.

Beispiel 2



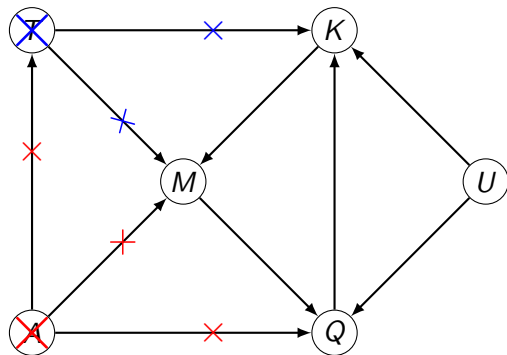
S:

Beispiel 2



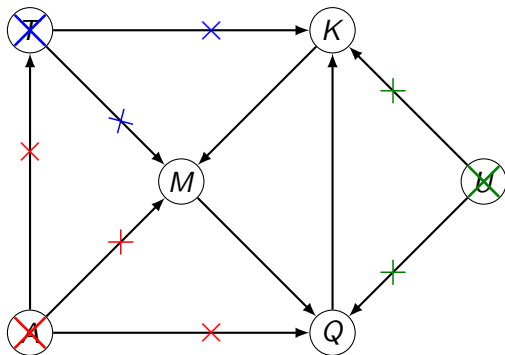
S: A

Beispiel 2



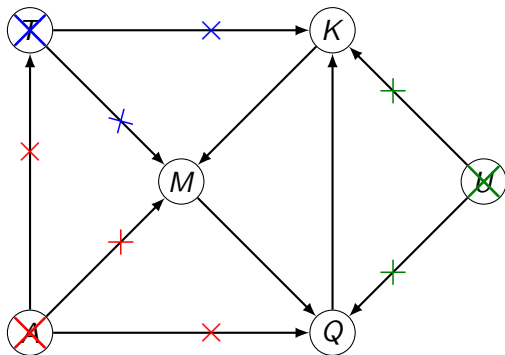
S: A T

Beispiel 2



S: A T U

Beispiel 2

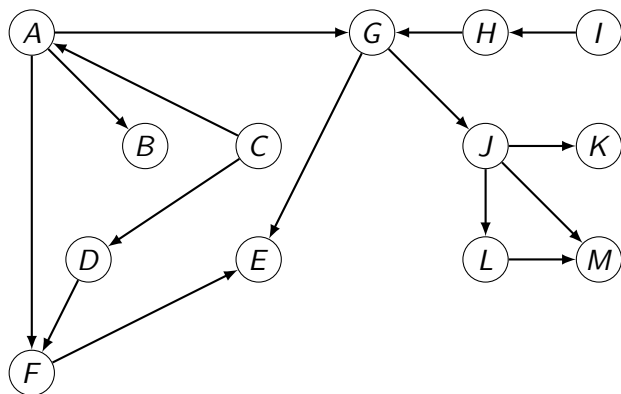


S: A T U

Da es jetzt noch drei Kanten aber keine Knoten mehr ohne Eingangskanten gibt, stoppt der Algorithmus und meldet, dass es einen Zyklus und somit keine Ablaufplanung gibt, welche alle Vorrangbedingungen erfüllt.

Aufgabe

Bestimme zum folgenden gerichteten Graphen eine topologische Sortierung oder stelle fest, dass dies nicht möglich ist.



Eine mögliche Lösung: I, H, C, D, A, B, F, E, G, J, L, M, K