

Aufgabe 1

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 9 & 8 & 2 & 11 & 12 & 5 & 4 & 1 & 10 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$p = (1 \ 3 \ 8 \ 4 \ 2 \ 9)(5 \ 11 \ 7)(6 \ 12)$$

Aufgabe 2

$$p = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 4 & 10 & 2 & 6 & 9 & 5 & 3 & 1 & 11 \\ 9 & 7 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 & 1 & 11 & 6 & 10 \end{pmatrix}$$

$$p = (1 \ 6 \ 5)(2 \ 4)(3 \ 11 \ 10)(8 \ 9)$$

Aufgabe 3

$$p = (1 \ 5)(2 \ 9)(3 \ 6 \ 7 \ 4 \ 10)$$

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 9 & 6 & 10 & 1 & 7 & 4 & 8 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(a) \quad q \circ p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad p \circ q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(a) \quad p^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad p^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) \quad p^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(d) \quad p^5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(e) \quad p^{99} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Da die Potenzgesetze auch für das Verketteten von Permutationen gelten und alle Faktoren identisch sind, lässt sich p^n effizient mit $p^{n-1} \circ p$ oder $p \circ p^{n-1}$ berechnen.

Aufgabe 6

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad i = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad j = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

\circ	e	f	g	h	i	j
e	e	f	g	h	i	j
f	f	g	e	i	j	h
g	g	e	f	j	h	i
h	h	j	i	e	g	f
i	i	h	j	f	e	g
j	j	i	h	g	f	e

Aufgabe 7

(a) $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

$$p^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

(b) $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

$$p^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

(c) $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 2 & 6 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

$$p^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 1 & 7 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8

(a) $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{inv}(p) = 1$

(b) $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{inv}(p) = 3$

(c) $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{inv}(p) = 7$

(d) $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{inv}(p) = 0$

Aufgabe 9

In $64!$ sind folgende Faktoren einmal durch 5 teilbar:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60.

Diese Faktoren sind noch ein zweites Mal durch 5 teilbar:

25, 50.

Somit kommt der Faktor 5 insgesamt 14 Mal in $64!$ vor, weshalb 14 Nullen am Ende von $64!$ stehen.

Aufgabe 10

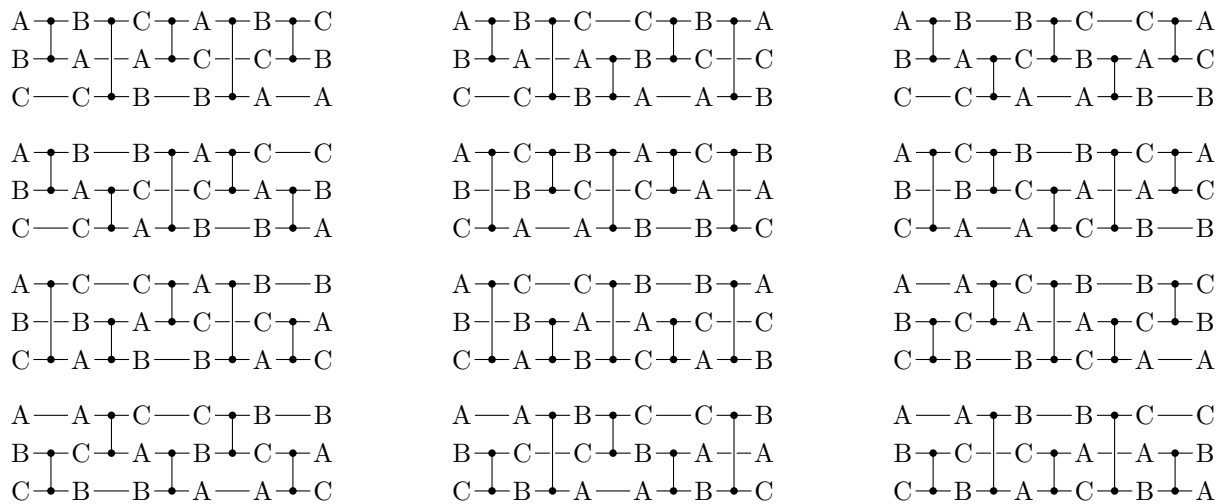
$$\frac{226!}{225!} = \frac{226 \cdot 225!}{225!} = 226$$

Aufgabe 11

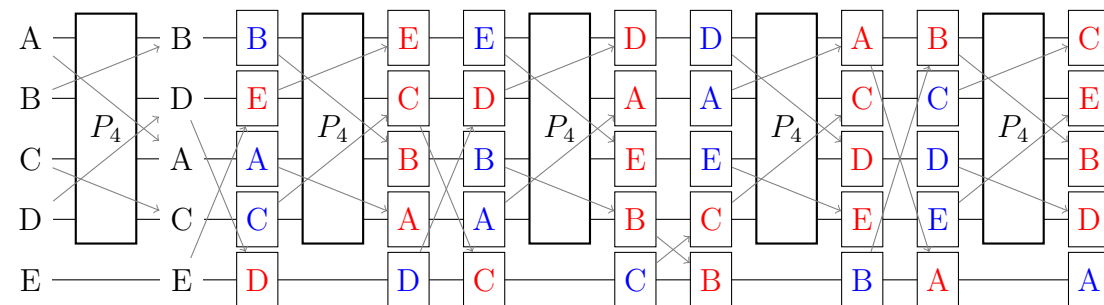
$$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1)$$

Aufgabe 12

Es gibt insgesamt 12 Lösungen.



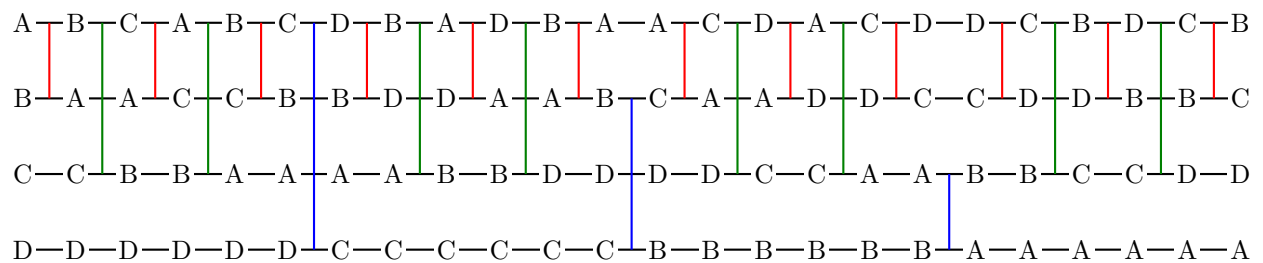
Aufgabe 13



Aufgabe 14

n	$T(n, i)$							
2	1							
3	1	1						
4	1	2	3					
5	1	1	1	1				
6	1	2	3	4	5			
7	1	1	1	1	1	1		
8	1	2	3	4	5	6	7	
9	1	1	1	1	1	1	1	1

Aufgabe 15



Aufgabe 16

```

1 def heap(L, k):
2     '''Gibt alle Permutationen der k Elemente der Liste L aus.'''
3     if k == 1:
4         print(L)
5     else:
6         heap(L, k-1)
7         for i in range(0, k-1):
8             if k % 2 == 1:
9                 L[0], L[k-1] = L[k-1], L[0]
10            else:
11                L[i], L[k-1] = L[k-1], L[i]
12            heap(L, k-1)
13
14 # Test
15 L = ['A', 'B', 'C', 'D', 'E']
16 heap(L, len(L))

```