Die Taylor-Reihe **Kurzfassung**

Ist f eine Funktion, die in einer Umgebung U von $x_0 = 0$ unendlich oft differenzierbar ist, werden Koeffizienten a_0, a_1, a_3, $\ldots$, gesucht, so dass sich f für $x \in U$ durch eine Folge von Polynomen approximieren lässt:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots$$

Die Bestimmung der Koeffizienten

$$\begin{aligned} f(x) &= \\ f'(x) &= \\ f''(x) &= \\ f'''(x) &= \\ f^{(4)}(x) &= \end{aligned}$$

$x = 0$ einsetzen und nach a_i auflösen:

$$\begin{aligned} f(0) &= \\ f'(0) &= \\ f''(0) &= \\ f'''(0) &= \\ f^{(4)}(0) &= \end{aligned}$$

Die Maclaurin-Reihe (Colin Maclaurin 1698–1746)

Ist f eine in der Umgebung von $x = 0$ unendlich oft differenzierbare Funktion, so gilt:

$$f(x) =$$

Beispiel 1

Bestimme die Maclaurin-Reihe von $f(x) = \mathrm{e}^x$.

- $a_0 =$

- $a_1 =$

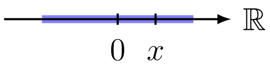
- $a_2 =$

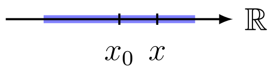
- $a_3 =$

-

Die Taylor-Reihe

Verwendet man als Ausgangsstelle für die Reihenentwicklung nicht 0 sondern eine beliebige Stelle x_0,





so erhält man durch eine Variablentransformation aus der Maclaurin-Reihe die *Taylor-Reihe* von f:

(Brook Taylor, britischer Mathematiker, 1685–1731)

Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von $f(x) = \ln x$ an der Stelle $x = 1$.