

# Die Taylor-Reihe

## Kurzfassung

Ist  $f$  eine Funktion, die in einer Umgebung  $U$  von  $x_0 = 0$  unendlich oft differenzierbar ist, werden Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2, \dots$ , gesucht, so dass sich  $f$  für  $x \in U$  durch eine Folge von Polynomen approximieren lässt:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) =$$

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f'''(x) =$$

$$f^{(4)}(x) =$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_j$  auflösen:

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f'''(x) =$$

$$f^{(4)}(x) =$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) =$$

$$f'''(x) =$$

$$f^{(4)}(x) =$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_j$  auflösen:

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) =$$

$$f^{(4)}(x) =$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_j$  auflösen:

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) =$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_j$  auflösen:

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_j$  auflösen:

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_j$  auflösen:

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_j$  auflösen:

$$f(0) = a_0$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) =$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) =$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = f''(0)/2$$

$$f'''(0) =$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = f''(0)/2$$

$$f'''(0) = 6a_3$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = f''(0)/2$$

$$f'''(0) = 6a_3 \quad \Rightarrow \quad a_3 = f'''(0)/6$$

$$f^{(4)}(0) =$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = f''(0)/2$$

$$f'''(0) = 6a_3 \quad \Rightarrow \quad a_3 = f'''(0)/6$$

$$f^{(4)}(0) = 24a_4$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = f''(0)/2$$

$$f'''(0) = 6a_3 \quad \Rightarrow \quad a_3 = f'''(0)/6$$

$$f^{(4)}(0) = 24a_4 \quad \Rightarrow \quad a_4 = f^{(4)}(0)/24$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = f''(0)/2$$

$$f'''(0) = 6a_3 \quad \Rightarrow \quad a_3 = f'''(0)/6$$

$$f^{(4)}(0) = 24a_4 \quad \Rightarrow \quad a_4 = f^{(4)}(0)/24$$

$$\dots = \dots$$

## Die Bestimmung der Koeffizienten

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2 + 120a_6x^3 + \dots$$

$$f^{(4)}(x) = 24a_4 + 120a_5x + 360a_6x^2 + 840a_7x^3 + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$x = 0$  einsetzen und nach  $a_i$  auflösen:

$$f(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = f(0)$$

$$f'(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = f'(0)$$

$$f''(0) = 2a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = f''(0)/2$$

$$f'''(0) = 6a_3 \quad \Rightarrow \quad a_3 = f'''(0)/6$$

$$f^{(4)}(0) = 24a_4 \quad \Rightarrow \quad a_4 = f^{(4)}(0)/24$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

## Die Maclaurin-Reihe (Colin Maclaurin 1698–1746)

Ist  $f$  eine in der Umgebung von  $x = 0$  unendlich oft differenzierbare Funktion, so gilt:

$$f(x) =$$

## Die Maclaurin-Reihe (Colin Maclaurin 1698–1746)

Ist  $f$  eine in der Umgebung von  $x = 0$  unendlich oft differenzierbare Funktion, so gilt:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(0)}{6}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{24}x^4 + \dots$$

## Die Maclaurin-Reihe (Colin Maclaurin 1698–1746)

Ist  $f$  eine in der Umgebung von  $x = 0$  unendlich oft differenzierbare Funktion, so gilt:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(0)}{6}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{24}x^4 + \dots$$

Drückt man die Divisoren

$$1, 1, 2, 6, 24, \dots$$

durch die Fakultäten

$$0!, 1!, 2!, 3!, 4!, \dots$$

aus, erhält man

## Die Maclaurin-Reihe (Colin Maclaurin 1698–1746)

Ist  $f$  eine in der Umgebung von  $x = 0$  unendlich oft differenzierbare Funktion, so gilt:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(0)}{6}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{24}x^4 + \dots$$

Drückt man die Divisoren

$$1, 1, 2, 6, 24, \dots$$

durch die Fakultäten

$$0!, 1!, 2!, 3!, 4!, \dots$$

aus, erhält man

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k$$

## Beispiel 1

Bestimme die Maclaurin-Reihe von  $f(x) = e^x$ .

- $a_0 =$

- $a_1 =$

- $a_2 =$

- $a_3 =$

## Beispiel 1

Bestimme die Maclaurin-Reihe von  $f(x) = e^x$ .

- $a_0 = \frac{f(0)}{0!} = \frac{e^0}{1} = 1$

- $a_1 =$

- $a_2 =$

- $a_3 =$

## Beispiel 1

Bestimme die Maclaurin-Reihe von  $f(x) = e^x$ .

- $a_0 = \frac{f(0)}{0!} = \frac{e^0}{1} = 1$
- $a_1 = \frac{f'(0)}{1!} = \frac{e^0}{1} = \frac{1}{1} = 1$
- $a_2 =$
- $a_3 =$

## Beispiel 1

Bestimme die Maclaurin-Reihe von  $f(x) = e^x$ .

- $a_0 = \frac{f(0)}{0!} = \frac{e^0}{1} = 1$
- $a_1 = \frac{f'(0)}{1!} = \frac{e^0}{1} = \frac{1}{1} = 1$
- $a_2 = \frac{f''(0)}{2!} = \frac{e^0}{2} = \frac{1}{2}$
- $a_3 =$

## Beispiel 1

Bestimme die Maclaurin-Reihe von  $f(x) = e^x$ .

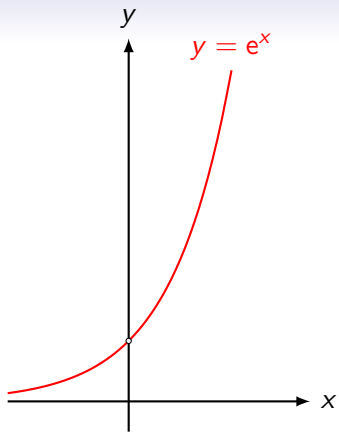
- $a_0 = \frac{f(0)}{0!} = \frac{e^0}{1} = 1$
- $a_1 = \frac{f'(0)}{1!} = \frac{e^0}{1} = \frac{1}{1} = 1$
- $a_2 = \frac{f''(0)}{2!} = \frac{e^0}{2} = \frac{1}{2}$
- $a_3 = \frac{f'''(0)}{3!} = \frac{e^0}{6} = \frac{1}{6}$

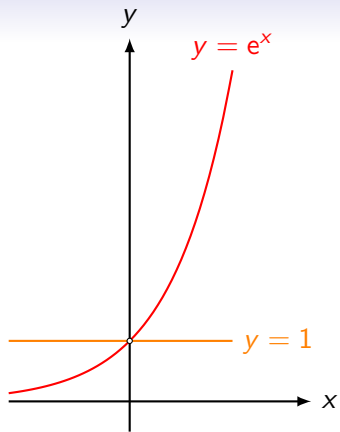
## Beispiel 1

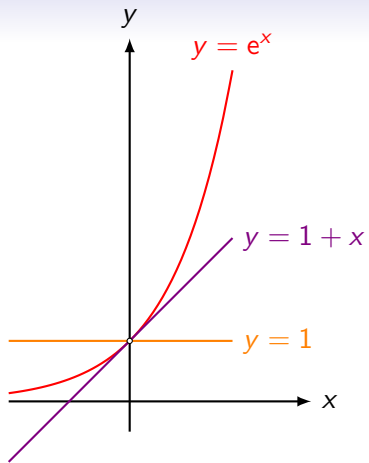
Bestimme die Maclaurin-Reihe von  $f(x) = e^x$ .

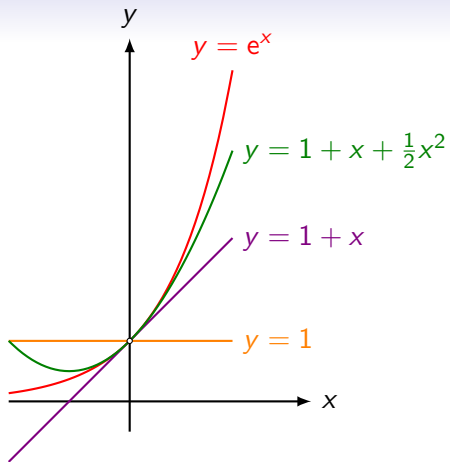
- $a_0 = \frac{f(0)}{0!} = \frac{e^0}{1} = 1$
- $a_1 = \frac{f'(0)}{1!} = \frac{e^0}{1} = \frac{1}{1} = 1$
- $a_2 = \frac{f''(0)}{2!} = \frac{e^0}{2} = \frac{1}{2}$
- $a_3 = \frac{f'''(0)}{3!} = \frac{e^0}{6} = \frac{1}{6}$
- usw.

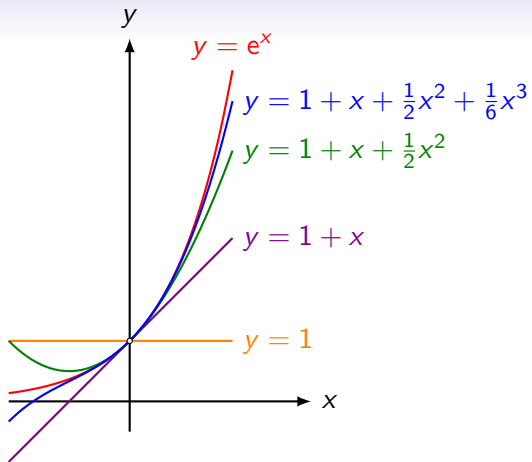
$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^3}{24} + \dots$$











## Die Taylor-Reihe

Verwendet man als Ausgangsstelle für die Reihenentwicklung nicht 0 sondern eine beliebige Stelle  $x_0$ ,



so erhält man durch eine Variablentransformation aus der Maclaurin-Reihe die **Taylor-Reihe** von  $f$ :

(Brook Taylor, britischer Mathematiker, 1685–1731)

## Die Taylor-Reihe

Verwendet man als Ausgangsstelle für die Reihenentwicklung nicht 0 sondern eine beliebige Stelle  $x_0$ ,



so erhält man durch eine Variablentransformation aus der Maclaurin-Reihe die **Taylor-Reihe** von  $f$ :

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

(Brook Taylor, britischer Mathematiker, 1685–1731)

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x)$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1}$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2}$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2} \quad \Rightarrow \quad f''(1) = -1$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2} \quad \Rightarrow \quad f''(1) = -1$$

$$f'''(x) = 2x^{-3}$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2} \quad \Rightarrow \quad f''(1) = -1$$

$$f'''(x) = 2x^{-3} \quad \Rightarrow \quad f'''(1) = 2$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2} \quad \Rightarrow \quad f''(1) = -1$$

$$f'''(x) = 2x^{-3} \quad \Rightarrow \quad f'''(1) = 2$$

$$f^{(4)}(x) = -6x^{-4}$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2} \quad \Rightarrow \quad f''(1) = -1$$

$$f'''(x) = 2x^{-3} \quad \Rightarrow \quad f'''(1) = 2$$

$$f^{(4)}(x) = -6x^{-4} \quad \Rightarrow \quad f^{(4)}(1) = -6$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2} \quad \Rightarrow \quad f''(1) = -1$$

$$f'''(x) = 2x^{-3} \quad \Rightarrow \quad f'''(1) = 2$$

$$f^{(4)}(x) = -6x^{-4} \quad \Rightarrow \quad f^{(4)}(1) = -6$$

$$\ln(x) = \frac{0}{1} + \frac{1}{1}(x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{2}{6}(x-1)^3 - \frac{6}{24}(x-1)^4 + \dots$$

## Beispiel 2

Bestimme die Taylorreihe von  $f(x) = \ln x$  an der Stelle  $x = 1$ .

$$f(x) = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad f(1) = 0$$

$$f'(x) = 1/x = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(1) = 1$$

$$f''(x) = -x^{-2} \quad \Rightarrow \quad f''(1) = -1$$

$$f'''(x) = 2x^{-3} \quad \Rightarrow \quad f'''(1) = 2$$

$$f^{(4)}(x) = -6x^{-4} \quad \Rightarrow \quad f^{(4)}(1) = -6$$

$$\begin{aligned} \ln(x) &= \frac{0}{1} + \frac{1}{1}(x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{2}{6}(x-1)^3 - \frac{6}{24}(x-1)^4 + \dots \\ &= (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + \dots \end{aligned}$$

