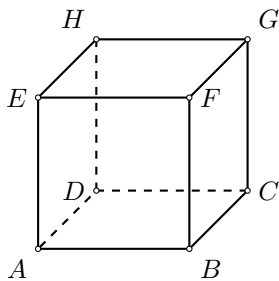


Aufgabe 1.1

Löse die Gleichung $\frac{1}{3}(2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}) = 2\vec{b} - \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c})$ nach \vec{a} auf und vereinfache das Ergebnis so weit wie möglich.

Aufgabe 1.2

Die Figur stellt einen Würfel dar.



Gib mit Hilfe der Eckpunkte alle Pfeile an, die den folgenden Vektor repräsentieren:

- (a) \overrightarrow{BC}
- (b) \overrightarrow{DE}
- (c) \overrightarrow{AG}

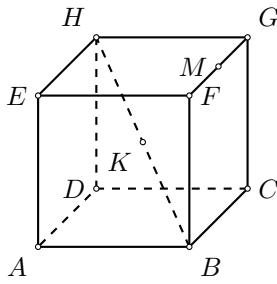
Aufgabe 1.3

Vereinfache den folgenden Ausdruck so weit wie möglich.

- (a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
- (b) $\overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YX}$
- (c) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED}$
- (d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

Aufgabe 1.4

Im Würfel ist K Mitte der Diagonale HB und M ist Mitte der Kante FG .

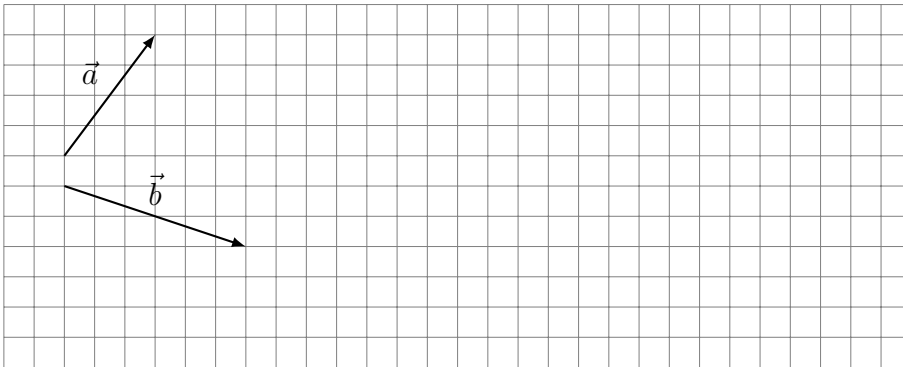


Drücke die folgenden Vektoren durch $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ aus.

- (a) \overrightarrow{AF}
- (b) \overrightarrow{AM}
- (c) \overrightarrow{CM}
- (d) \overrightarrow{AK}
- (e) \overrightarrow{MK}
- (f) \overrightarrow{CK}

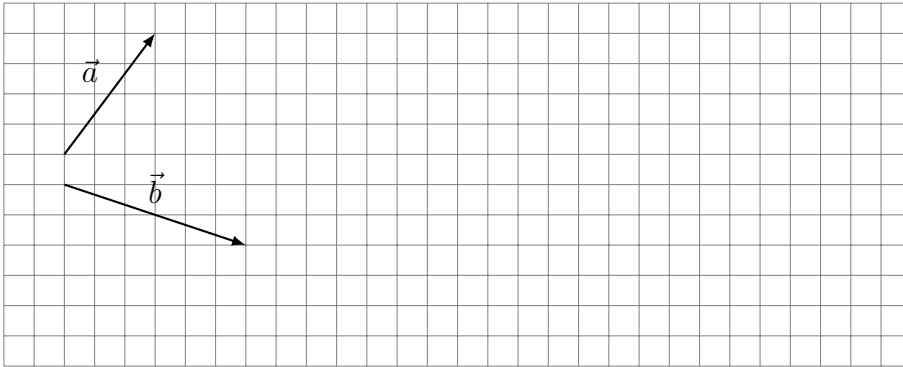
Aufgabe 1.5

Konstruiere eine Repräsentanten des Vektors $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.



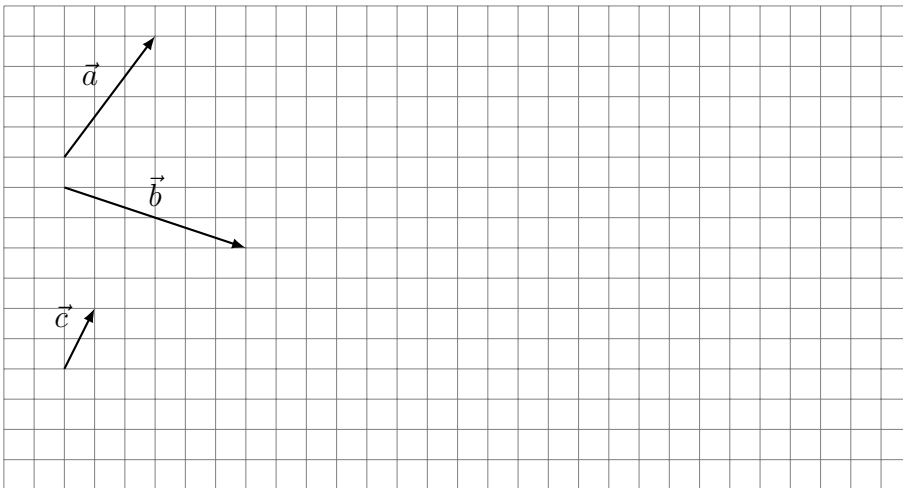
Aufgabe 1.6

Konstruiere einen Repräsentanten des Vektors $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.



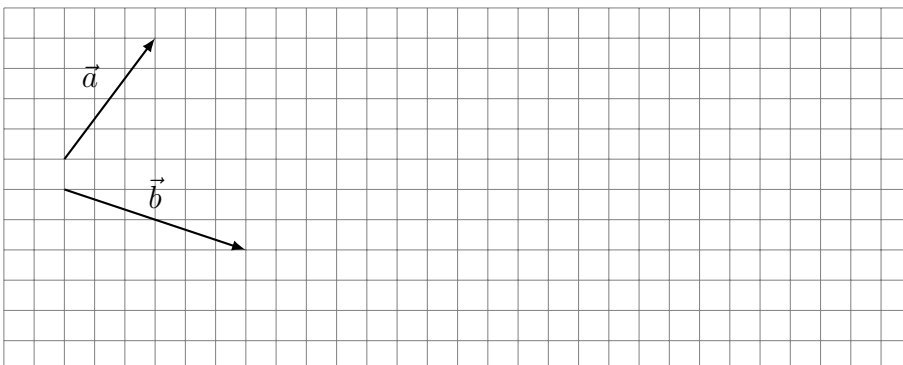
Aufgabe 1.7

Konstruiere einen Repräsentanten des Vektors $\vec{x} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + 2\vec{c}$.



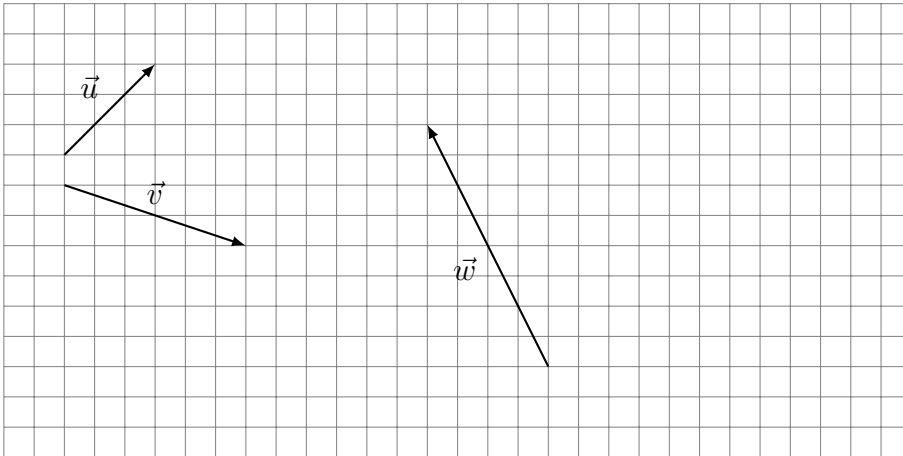
Aufgabe 1.8

Konstruiere einen Repräsentanten des Vektors \vec{y} , der die Gleichung $-\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{y} = \vec{0}$ erfüllt.



Aufgabe 1.9

Zerlege den Repräsentanten von \vec{w} konstruktiv in eine Linearkombination der Vektoren \vec{u} und \vec{v} . Bestimme ferner die Koeffizienten α und β von $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$.



Aufgabe 2.1

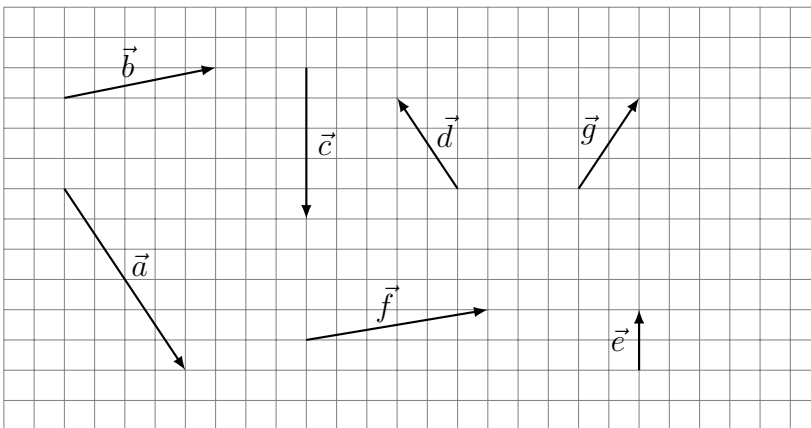
Wann sind zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} linear unabhängig?

Aufgabe 2.2

Wann sind vier Vektoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} und \vec{d} linear abhängig?

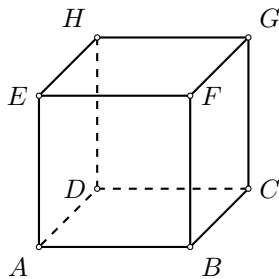
Aufgabe 2.3

Gib alle Paare von Vektoren an, die kollinear sind.



Aufgabe 2.4

Sind die folgenden Vektoren mit den Endpunkten auf den Ecken des Würfels $ABCDEFGH$ linear abhängig oder linear unabhängig?



(a) \vec{AD}, \vec{GH}

(b) \vec{HF}, \vec{BD}

(c) \vec{BG}, \vec{CA}

(d) $\vec{AB}, \vec{CG}, \vec{EH}$

(e) $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$

(f) $\vec{EC}, \vec{HB}, \vec{GF}$

Aufgabe 3.1

Die Vektoren \vec{e}_1 , \vec{e}_2 und \vec{e}_3 bilden eine Basis des dreidimensionalen Raumes \mathbb{R}^3 .

Gib die Komponentendarstellung der folgenden Vektoren an.

(a) $\vec{u} = 2\vec{e}_1 - 7\vec{e}_3$

(b) $\vec{v} = 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 - 2\vec{e}_1$

(c) $-\vec{v}$

(d) \vec{e}_2

(e) $\vec{0}$

Aufgabe 3.2

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.6 \\ 1.4 \end{pmatrix}$ bezüglich einer Basis \vec{e}_1 , \vec{e}_2 und \vec{e}_3 .

Gesucht: Komponentendarstellung der Linearkombinationen

(a) $\vec{a} + 2\vec{b}$

(b) $-\vec{a} + 2\vec{b} - 10\vec{c}$

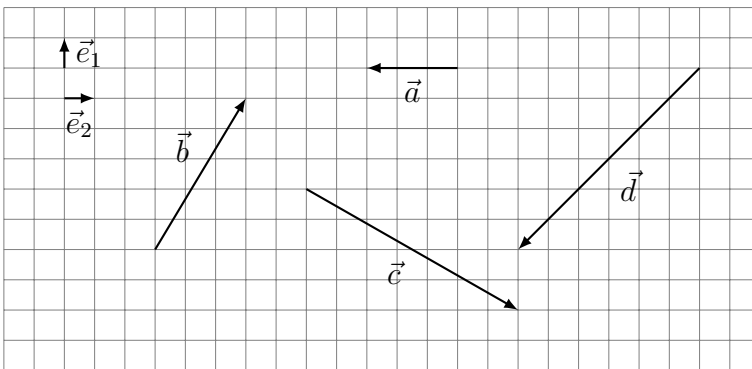
Aufgabe 3.3

Zeichne je einen Repräsentanten der Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2.5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0.5 \end{pmatrix}$ und $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ bezüglich der Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 .



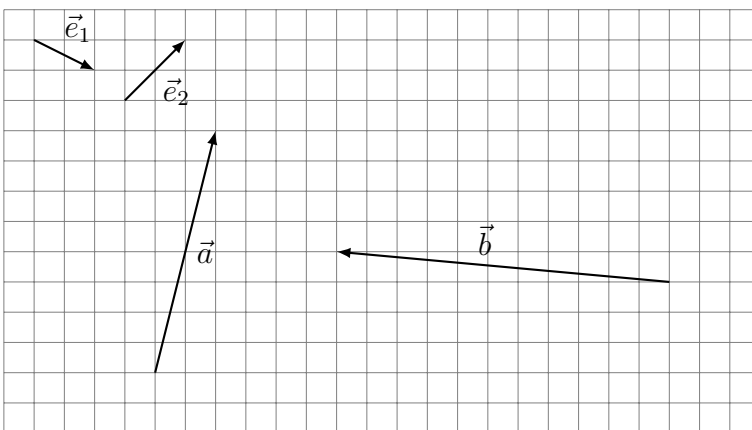
Aufgabe 3.4

Gib die Komponentendarstellungen der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ bezüglich der Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 an.



Aufgabe 3.5

Bestimme konstruktiv die Komponentendarstellung der Vektoren \vec{a} und \vec{b} bezüglich der Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 .



Aufgabe 3.6

Gegeben sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Für welche Komponenten des Vektors \vec{c} bildet $\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ eine geschlossene Vektorkette?

Aufgabe 3.7

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ -18 \\ 45 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 28 \\ 24 \\ -12 \\ 30 \end{pmatrix}$ kollinear? Begründe die Antwort.

Aufgabe 3.8

Untersuche, ob die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 3.9

Ist es möglich, den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ darzustellen? Wenn ja, gib die (oder eine) Lösung an.

Aufgabe 3.10

Ist es möglich, den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ darzustellen? Wenn ja, gib die (oder eine) Lösung an.

Aufgabe 3.11

Ist es möglich, den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

darzustellen? Wenn ja, gib die (oder eine) Lösung an.

Aufgabe 3.12

Bestimme die Werte der Parameter x und z , so dass die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 16 \\ -24 \\ -12 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 18 \\ z \end{pmatrix}$ kollinear sind.

Aufgabe 4.1

Bestimme den Punkt B , so dass $A(2, -1, 4)$, B , $C(7, 3, 5)$ und $D(4, 1, 6)$ in dieser Reihenfolge ein Parallelogramm bilden.

Aufgabe 4.2

Der Punkt $M(-9, 8, 4)$ ist der Mittelpunkt der Strecke mit den Ecken $A(1, 5, -4)$ und B . Bestimme die Koordinaten von B .

Aufgabe 4.3

Bestimme den Schwerpunkt S des Tetraeders mit den Ecken $A(7, -3, 9)$, $B(-5, 1, 2)$, $C(0, 6, 3)$ und $D(8, 4, 4)$.

Aufgabe 4.4

Untersuche mit den entsprechenden Rechnungen, ob die Punkte $A(3, 5, -8)$, $B(1, 6, -3)$ und $C(9, 2, -23)$ auf einer Geraden liegen.

Aufgabe 4.5

Gegeben: Punkte $A(-7, 1, 3)$ und $B(9, -3, 11)$

Gesucht: Punkt P der die Strecke AB innen im Verhältnis $3 : 5$ teilt.

Aufgabe 4.6

Berechne den Umfang des Dreiecks ABC mit $A(3, 1, 4)$, $B(14, 17, 12)$ und $C(21, 13, 8)$.

Aufgabe 4.7

Bestimme alle Vektoren mit der Länge 1, die kollinear zu $\vec{v} = \begin{pmatrix} 16 \\ -12 \\ 15 \end{pmatrix}$ sind.

Aufgabe 4.8

Gegeben sind $A(1, y, 5)$ und $B(7, 6, 3)$. Bestimme die fehlende Koordinate von A , so dass die Strecke AB die Länge 11 hat.

Aufgabe 4.9

Welche Punkte auf der z -Achse sind von $A(11, 8, -9)$ dreimal so weit entfernt wie von $B(6, -3, 5)$?

Aufgabe 4.10

Beschreibe möglichst genau die besondere Lage der Punkte.

- (a) $P(0, 3, 0)$
- (b) $Q(-1, 0, 4)$

Aufgabe 4.11

Spiegle den Punkt $P(4, -7, 3)$...

- (a) an der xy -Ebene,
- (b) an der z -Achse,
- (c) am Ursprung,
- (d) am Punkt $Z(-1, -6, 1)$.