

Umkehrfunktionen

Prüfungsvorbereitung

13. Januar 2025

Aufgabe 1

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = x + 3$.

Aufgabe 1

$$f: y = x + 3$$

$$x = y + 3$$

$$f^{-1}: y = x - 3$$

Aufgabe 2

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = 3x - 5$.

Aufgabe 2

$$f: y = 3x - 5$$

$$x = 3y - 5$$

$$f^{-1}: y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

Aufgabe 3

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = -x$.

Aufgabe 3

$$f: y = -x$$

$$x = -y$$

$$f^{-1}: y = -x \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 4

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = -x + 4$.

Aufgabe 4

$$f: y = -x + 4$$

$$x = -y + 4$$

$$f^{-1}: y = -x + 4 \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 5

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von

$$f: y = -\frac{2}{3}x + 8.$$

Aufgabe 5

$$f: y = -\frac{2}{3}x + 8$$

$$x = -\frac{2}{3}y + 8$$

$$3x = -2y + 24$$

$$2y = -3x + 24$$

$$f^{-1}: y = -\frac{3}{2}x + 12$$

Aufgabe 6

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = x^2 + 1$.

Aufgabe 6

$$f: y = x^2 + 1$$

$$x = y^2 + 1$$

$$y^2 = x - 1$$

$$f^{-1}: y = \sqrt{x - 1}$$

Aufgabe 7

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = x^2 + 2x + 7$.

Aufgabe 7

$$f: y = x^2 + 2x + 7$$

$$x = y^2 + 2y + 7$$

$$x = y^2 + 2y + 1^2 - 1^2 + 7 \quad (\text{quadratische Ergänzung})$$

$$x = (y + 1)^2 + 6$$

$$(y + 1)^2 = x - 6$$

$$y + 1 = \pm\sqrt{x - 6} \quad (\text{wähle positiven Teil})$$

$$f^{-1}: y = \sqrt{x - 6} - 1$$

Aufgabe 8

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = x^2 - 6x + 1$.

Aufgabe 8

$$f: y = x^2 - 6x + 1$$

$$x = y^2 - 6y + 1$$

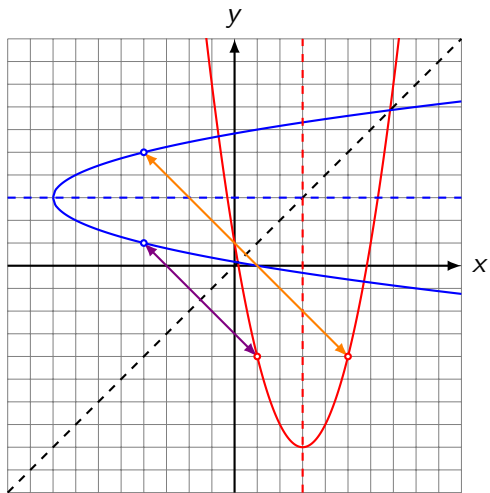
$$x = y^2 - 6y + (-3)^2 - (-3)^2 + 1 \quad (\text{quadratische Ergänzung})$$

$$x = (y + (-3))^2 - 8$$

$$(y - 3)^2 = x + 8$$

$$y - 3 = \pm\sqrt{x + 8} \quad (\text{wähle positiven Teil für } x \geq 3)$$

$$f^{-1}: y = \sqrt{x + 8} + 3$$



$$f(5) = 5^2 - 6 \cdot 5 + 1 = -4 \Rightarrow$$

$$f^{-1}(-4) = \sqrt{-4 + 8} + 3 = 2 + 3 = 5 \text{ (oberere Teil)}$$

$$f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 1 = -4 \Rightarrow$$

$$f^{-1}(-4) = -\sqrt{-4 + 8} + 3 = -2 + 3 = 1 \text{ (unterer Teil)}$$

Aufgabe 9

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = x^2 + 4x$.

Aufgabe 9

$$f: y = x^2 + 4x$$

$$x = x^2 + 4y$$

$$x = y^2 + 4y + 2^2 - 2^2 \quad (\text{quadratische Ergänzung})$$

$$x = (y + 2)^2 - 4$$

$$(y + 2)^2 = x + 4$$

$$y + 2 = \pm\sqrt{x + 4} \quad (\text{wähle positiven Teil})$$

$$f^{-1}: y = \sqrt{x + 4} + 2$$

Aufgabe 10

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = x^3$.

Aufgabe 10

$$f: y = x^3$$

$$x = y^3$$

$$f^{-1}: y = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

Aufgabe 11

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = \frac{1}{x}$.

Aufgabe 11

$$f: y = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{1}{y}$$

$$yx = 1$$

$$f^{-1}: y = \frac{1}{x} \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 12

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von $f: y = -\frac{2}{x}$.

Aufgabe 12

$$f: y = -\frac{2}{x}$$

$$x = -\frac{2}{y}$$

$$xy = -2$$

$$y = -\frac{2}{x} \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 13

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von

$$f: y = \frac{1}{x-1}.$$

Aufgabe 13

$$f: y = \frac{1}{x-1}$$

$$x = \frac{1}{y-1}$$

$$x(y-1) = 1$$

$$y-1 = \frac{1}{x}$$

$$f^{-1}: y = \frac{1}{x} + 1 = \frac{x+1}{x}$$

Aufgabe 14

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von

$$f: y = \frac{x+1}{x}.$$

Aufgabe 14

$$f: y = \frac{x+1}{x}$$

$$x = \frac{y+1}{y}$$

$$xy = y + 1$$

$$xy - y = 1$$

$$y(x - 1) = 1$$

$$f^{-1}: y = \frac{x}{x-1}$$

Aufgabe 15

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von

$$f: y = \frac{x+2}{x-1}.$$

Aufgabe 15

$$f: y = \frac{x+2}{x-1}$$

$$x = \frac{y+2}{y-1}$$

$$x(y-1) = y+2$$

$$xy - x = y + 2$$

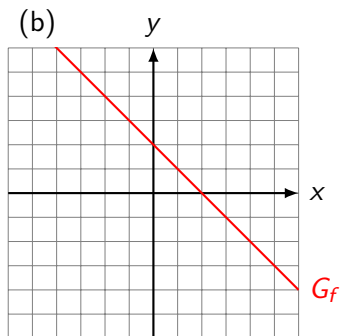
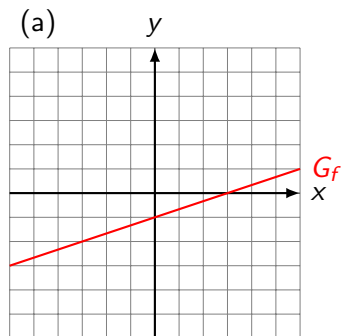
$$xy - y = x + 2$$

$$y(x-1) = x+2$$

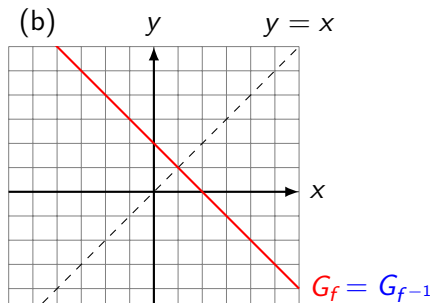
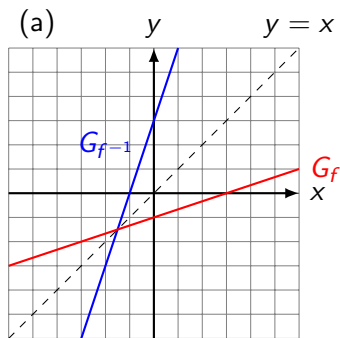
$$f^{-1}: y = \frac{x+2}{x-1} \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 16

Skizziere den Graphen $G_{f^{-1}}$ der Umkehrfunktion von f ins gleiche Koordinatensystem.

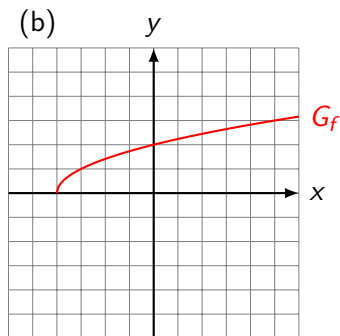
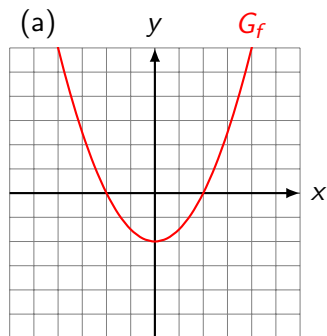


Aufgabe 16

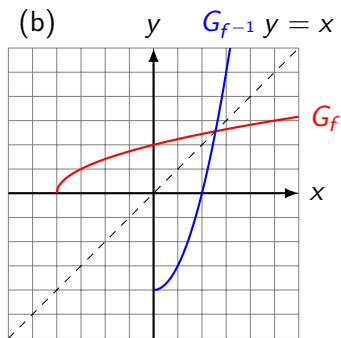
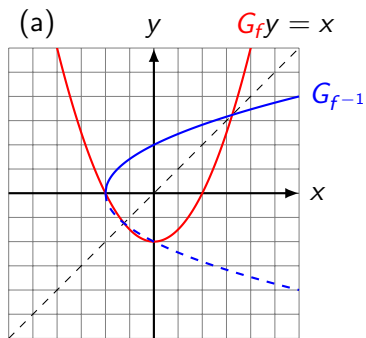


Aufgabe 17

Skizziere den Graphen $G_{f^{-1}}$ der Umkehrfunktion von f ins gleiche Koordinatensystem.

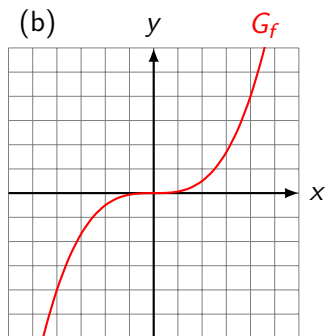
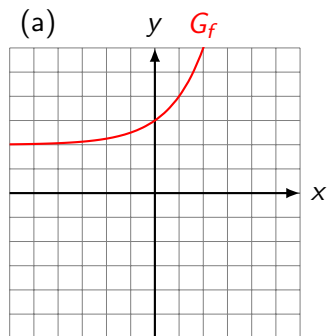


Aufgabe 17



Aufgabe 18

Skizziere den Graphen $G_{f^{-1}}$ der Umkehrfunktion von f ins gleiche Koordinatensystem.



Aufgabe 18

