

Aufgabe 1

$$f: y = x + 3$$

$$x = y + 3$$

$$f^{-1}: y = x - 3$$

Aufgabe 2

$$f: y = 3x - 5$$

$$x = 3y - 5$$

$$f^{-1}: y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

Aufgabe 3

$$f: y = -x$$

$$x = -y$$

$$f^{-1}: y = -x \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 4

$$f: y = -x + 4$$

$$x = -y + 4$$

$$f^{-1}: y = -x + 4 \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 5

$$f: y = -\frac{2}{3}x + 8$$

$$x = -\frac{2}{3}y + 8$$

$$3x = -2y + 24$$

$$2y = -3x + 24$$

$$f^{-1}: y = -\frac{3}{2}x + 12$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned}f: y &= x^2 + 1 \\x &= y^2 + 1 \\y^2 &= x - 1 \\f^{-1}: y &= \sqrt{x - 1}\end{aligned}$$

Aufgabe 7

$$\begin{aligned}f: y &= x^2 + 2x + 7 \\x &= y^2 + 2y + 7 \\x &= y^2 + 2y + 1^2 - 1^2 + 7 \quad (\text{quadratische Ergänzung}) \\x &= (y + 1)^2 + 6 \\(y + 1)^2 &= x - 6 \\y + 1 &= \pm\sqrt{x - 6} \quad (\text{wähle positiven Teil}) \\f^{-1}: y &= \sqrt{x - 6} - 1\end{aligned}$$

Aufgabe 8

$$\begin{aligned}f: y &= x^2 - 6x + 1 \\x &= y^2 - 6y + 1 \\x &= y^2 - 6y + (-3)^2 - (-3)^2 + 1 \quad (\text{quadratische Ergänzung}) \\x &= (y + (-3))^2 - 8 \\(y - 3)^2 &= x + 8 \\y - 3 &= \pm\sqrt{x + 8} \quad (\text{wähle positiven Teil}) \\f^{-1}: y &= \sqrt{x + 8} + 3\end{aligned}$$

Aufgabe 9

$$\begin{aligned}f: y &= x^2 + 4x \\x &= x^2 + 4y \\x &= y^2 + 4y + 2^2 - 2^2 \quad (\text{quadratische Ergänzung}) \\x &= (y + 2)^2 - 4 \\(y + 2)^2 &= x + 4 \\y + 2 &= \pm\sqrt{x + 4} \quad (\text{wähle positiven Teil}) \\f^{-1}: y &= \sqrt{x + 4} + 2\end{aligned}$$

Aufgabe 10

$$\begin{aligned}f: y &= x^3 \\x &= y^3 \\f^{-1}: y &= \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

Aufgabe 11

$$f: y = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{1}{y}$$

$$yx = 1$$

$$f^{-1}: y = \frac{1}{x} \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 12

$$f: y = -\frac{2}{x}$$

$$x = -\frac{2}{y}$$

$$xy = -2$$

$$y = -\frac{2}{x} \quad (\text{Involution})$$

Aufgabe 13

$$f: y = \frac{1}{x-1}$$

$$x = \frac{1}{y-1}$$

$$x(y-1) = 1$$

$$y-1 = \frac{1}{x}$$

$$f^{-1}: y = \frac{1}{x} + 1 = \frac{x+1}{x}$$

Aufgabe 14

$$f: y = \frac{x+1}{x}$$

$$x = \frac{y+1}{y}$$

$$xy = y+1$$

$$xy - y = 1$$

$$y(x-1) = x$$

$$f^{-1}: y = \frac{x}{x-1}$$

Aufgabe 15

$$f: y = \frac{x+2}{x-1}$$

$$x = \frac{y+2}{y-1}$$

$$x(y-1) = y+2$$

$$xy - x = y + 2$$

$$xy - y = x + 2$$

$$y(x-1) = x + 2$$

$$f^{-1}: y = \frac{x+2}{x-1} \quad (\text{Involution})$$