

# Formale Sprachen

## Übungen

# Aufgabe 1

Gegeben:  $\Sigma = \{a, b, c\}$

Gesucht:  $\Sigma^1 \cup \Sigma^2$

## Aufgabe 1

Gegeben:  $\Sigma = \{a, b, c\}$

$$\Sigma^1 \cup \Sigma^2 = \{a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$$

## Aufgabe 2

Wie viele Wörter der Länge 4 sind mit dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c, e, f\}$  möglich?

## Aufgabe 2

An jeder der 4 Positionen kann jeweils eines von 5 Symbole stehen:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625 \text{ Wörter}$$

## Aufgabe 3

Gegeben:  $\Sigma = \{0, 1\}$ ;  $x = 10001$ ,  $y = 0110$

(a)  $xyx =$

(b)  $y^2 =$

(c)  $x\varepsilon =$

(d)  $|x^8y^7| =$

(e)  $|x^3y^3|_0 =$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $xyx =$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $yxy = 0110100010110$



## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $yxy = 0110100010110$

(b)  $y^2 =$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $yxy = 0110100010110$

(b)  $y^2 = 01100110$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $yxy = 0110100010110$

(b)  $y^2 = 01100110$

(c)  $x\varepsilon =$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $yxy = 0110100010110$

(b)  $y^2 = 01100110$

(c)  $x\varepsilon = 10001$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $yxy = 0110100010110$

(b)  $y^2 = 01100110$

(c)  $x\varepsilon = 10001$

(d)  $|x^8y^7| =$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $xyx = 0110100010110$

(b)  $y^2 = 01100110$

(c)  $x\varepsilon = 10001$

(d)  $|x^8y^7| = 8 \cdot 5 + 7 \cdot 4 = 68$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $xyx = 0110100010110$

(b)  $y^2 = 01100110$

(c)  $x\varepsilon = 10001$

(d)  $|x^8y^7| = 8 \cdot 5 + 7 \cdot 4 = 68$

(e)  $|x^3y^3|_0 =$

## Aufgabe 3

$$\Sigma = \{0, 1\}; x = 10001, y = 0110$$

(a)  $xyx = 0110100010110$

(b)  $y^2 = 01100110$

(c)  $x\varepsilon = 10001$

(d)  $|x^8y^7| = 8 \cdot 5 + 7 \cdot 4 = 68$

(e)  $|x^3y^3|_0 = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 15$



## Aufgabe 4

Gegeben:  $w = ababc$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$

- (a) Gib alle Infixe von  $w$  an.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (b) Gib alle Präfixe von  $w$  an.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (c) Gib alle Suffixe von  $w$  an.

## Aufgabe 4

Gegeben:  $w = ababc$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(a) Infixe von  $w$ :

## Aufgabe 4

Gegeben:  $w = ababc$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(a) Infixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, b, c, ab, ba, bc, aba, bab, abc, abab, babc, ababc$

## Aufgabe 4

Gegeben:  $w = ababc$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(a) Infixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, b, c, ab, ba, bc, aba, bab, abc, abab, babc, ababc$

(b) Präfixe von  $w$ :

## Aufgabe 4

Gegeben:  $w = ababc$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(a) Infixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, b, c, ab, ba, bc, aba, bab, abc, abab, babc, ababc$

(b) Präfixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, ab, aba, abab, ababc$

## Aufgabe 4

Gegeben:  $w = ababc$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(a) Infixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, b, c, ab, ba, bc, aba, bab, abc, abab, babc, ababc$

(b) Präfixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, ab, aba, abab, ababc$

(c) Suffixe von  $w$ :

## Aufgabe 4

Gegeben:  $w = ababc$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(a) Infixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, b, c, ab, ba, bc, aba, bab, abc, abab, babc, ababc$

(b) Präfixe von  $w$ :

$\varepsilon, a, ab, aba, abab, ababc$

(c) Suffixe von  $w$ :

$\varepsilon, c, bc, abc, babc, ababc$

## Aufgabe 5

Stelle die Aufgabe „Ist  $n = 1122334455$  ohne Rest durch 7 teilbar?“ als Entscheidungsproblem für eine geeignete Sprache  $L$  dar.



## Aufgabe 5

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

## Aufgabe 5

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$L = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, \dots\}$$

## Aufgabe 5

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$L = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, \dots\}$$

$$n \in L?$$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 =$

(b)  $L_2 \cup L_1 =$

(c)  $L_1 \circ L_2 =$

(d)  $L_2 \circ L_1 =$

(e)  $L_1^4 =$

(f)  $L_2^3 =$

(g)  $L_1^* =$

(h)  $L_2^* =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$



## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 = \{1111\}$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 = \{1111\}$

(f)  $L_2^3 =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 = \{1111\}$

(f)  $L_2^3 = \{111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222\}$



## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 = \{1111\}$

(f)  $L_2^3 = \{111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222\}$

(g)  $L_1^* =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 = \{1111\}$

(f)  $L_2^3 = \{111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222\}$

(g)  $L_1^* = \{\varepsilon, 1, 11, 111, 1111, \dots\}$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 = \{1111\}$

(f)  $L_2^3 = \{111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222\}$

(g)  $L_1^* = \{\varepsilon, 1, 11, 111, 1111, \dots\}$

(h)  $L_2^* =$

## Aufgabe 6

Gegeben:  $L_1 = \{1\}$ ,  $L_2 = \{1, 2\}$

(a)  $L_1 \cup L_2 = \{1, 2\}$

(b)  $L_2 \cup L_1 = \{1, 2\}$

(c)  $L_1 \circ L_2 = \{11, 12\}$

(d)  $L_2 \circ L_1 = \{11, 21\}$

(e)  $L_1^4 = \{1111\}$

(f)  $L_2^3 = \{111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222\}$

(g)  $L_1^* = \{\varepsilon, 1, 11, 111, 1111, \dots\}$

(h)  $L_2^* = \{\varepsilon, 1, 2, 11, 12, 21, 22, 111, 112, \dots\}$