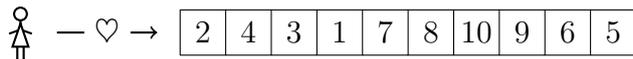


## Das Modell

- Im Laufe unseres Lebens lernen wir mehrere potenzielle Partner kennen.
- Wir möchten den oder die „optimale(n)“ Partner(in) finden. Dazu ordnen wir jedem Kandidaten einen Rang zu.
- Das Problem: Wir können nicht in die Zukunft sehen und wir können später auch nicht zu einem verlassenen Partner zurück.



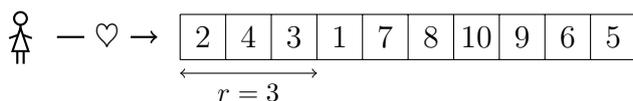
## Eine präzise Formulierung der Problemstellung

Die folgenden Formulierungen sind willkürlich aus der Sicht einer Frau gewählt.

- Es gibt  $n$  Kandidaten und die Zahl  $n$  ist im voraus bekannt.
- Es wird genau ein Partner gewählt.
- Die Bewerber können, wenn sie alle zusammen gesehen werden, in aufsteigender Rangfolge eindeutig vom schlechtesten zum besten geordnet werden.
- Die Bewerber werden alle nacheinander in zufälliger Reihenfolge begutachtet, wobei jede Reihenfolge gleich wahrscheinlich ist.
- Nachdem man sich über einen potenzieller Partner ein Bild gemacht hat, trennt man sich oder man entscheidet sich für die Heirat und die Entscheidung ist unwiderruflich.
- Die Entscheidung, einen Bewerber anzunehmen oder abzulehnen, kann nur auf den relativen Rängen der bisher kennen gelernten Bewerbern beruhen.
- Das Ziel der allgemeinen Lösung ist es, mit der höchsten Wahrscheinlichkeit den besten Partner der gesamten Gruppe auszuwählen.

## Die von uns untersuchte Strategie

- „Teste“ die ersten  $r$  potenziellen Partner, ordne ihnen einen eindeutigen Rang zu und verlasse sie danach.
- Wähle von den verbleibenden Bewerbern den ersten, der besser ist als jeder der ersten  $r$ . Wenn es keinen besseren gibt, wähle den letzten.



## Die zentrale Frage für den Rest dieses Dokuments

Wie gross muss  $r$  gewählt werden, damit die Chance auf den *besten* Partner (im obigen Beispiel ist es der mit dem Rang 10) maximal wird?

## Aufgabe 1

Bestimme den Rang des Partners, den eine Partnersuchende nach der oben beschriebenen Strategie wählen muss.

(a) 

4	1	2	3	6	9	8	5	10	7
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

  
 $\overleftarrow{\hspace{1.5cm}} \overrightarrow{\hspace{1.5cm}}$   
 $r = 3$

(b) 

6	3	8	1	7	2	4	10	9	5
---	---	---	---	---	---	---	----	---	---

  
 $\overleftarrow{\hspace{1.5cm}} \overrightarrow{\hspace{1.5cm}}$   
 $r = 4$

(c) 

3	1	2	4	5	7	8	6	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

  
 $\overleftarrow{\hspace{1.5cm}} \overrightarrow{\hspace{1.5cm}}$   
 $r = 2$

(d) 

8	10	1	9	6	2	5	4	7	3
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $\overleftarrow{\hspace{2.5cm}} \overrightarrow{\hspace{2.5cm}}$   
 $r = 7$

(e) 

4	2	3	1	7	8	6	9	10	5
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

  
 $\overleftarrow{\hspace{0.5cm}} \overrightarrow{\hspace{0.5cm}}$   
 $r = 1$

(f) 

8	5	2	10	6	7	4	9	3	1
---	---	---	----	---	---	---	---	---	---

  
 $r = 0$

## Aufgabe 2

Beschreibe, warum die folgende Situation für die partnersuchende Person ungünstig ist.

2	1	3	4	5	7	10	9	8	6
---	---	---	---	---	---	----	---	---	---

  
 $\overleftarrow{\hspace{1.5cm}} \overrightarrow{\hspace{1.5cm}}$   
 $r = 3$

## Aufgabe 3

Beschreibe, warum die folgende Situation für die partnersuchende Person ungünstig ist.

4	10	2	7	6	9	3	8	5	1
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $\overleftarrow{\hspace{1.5cm}} \overrightarrow{\hspace{1.5cm}}$   
 $r = 3$

### Aufgabe 4

Die folgenden Tabelle enthält *alle* möglichen Reihenfolgen von 4 Kandidaten (Rängen).

- (a) Warum gibt es 24 Reihenfolgen?
- (b) Vervollständige die Tabelle, indem du jeweils den Rang des Kandidaten bestimmst, den wir mit der oben beschriebenen Strategie, nach  $r = 0, 1, 2, 3$  begutachteten Kandidaten wählen müssen. Zwei Zeilen sind bereits ausgefüllt.
- (c) Für welches  $r$  erhält man am häufigsten den Rang 4?

Reihenfolge	bester nach $r =$				Reihenfolge	bester nach $r =$			
	0	1	2	3		0	1	2	3
1, 2, 3, 4	1	2	3	4	3, 1, 2, 4	3	4	4	4
1, 2, 4, 3					3, 1, 4, 2				
1, 3, 2, 4					3, 2, 1, 4				
1, 3, 4, 2					3, 2, 4, 1				
1, 4, 2, 3					3, 4, 1, 2				
1, 4, 3, 2					3, 4, 2, 1				
2, 1, 3, 4					4, 1, 2, 3				
2, 1, 4, 3					4, 1, 3, 2				
2, 3, 1, 4					4, 2, 1, 3				
2, 3, 4, 1					4, 2, 3, 1				
2, 4, 1, 3					4, 3, 1, 2				
2, 4, 3, 1					4, 3, 2, 1				

	$r = 0$	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$
Anzahl Rang 4				

### Aufgabe 5 (Python)

`L = [3, 1, 5, 7, 4, 8, 6, 10, 2, 9]`

`max(L[:3])?`

## Das Simulationsprogramm

```
1 from random import sample
2
3 def erzeuge_kandidaten(n):
4     '''Gibt [1, 2, 3, ..., n] zufällig gemischt zurück.'''
5     return sample(range(1, n+1), n)
6
7 def bester_nach_test(liste, r):
8     '''Gibt besten Kandidaten bei r Testkandidaten zurück.'''
9     test_max = max(liste[:r])
10    for wert in liste[r:]:
11        if wert > test_max: # ist jemand besser?
12            return wert     # wenn ja, gibt seinen Wert zurück
13    return liste[-1]       # ... sonst den Wert des letzten
14
15 def simulation(n, r, w):
16     '''Gibt Anteil der optimalen Wahl bei w Wiederholungen zurück.'''
17     erfolge = 0
18     best = n
19     for i in range(0, w):
20         liste = erzeuge_kandidaten(n)
21         wahl = bester_nach_test(liste, r)
22         if wahl == best:
23             erfolge += 1
24     return erfolge/w # relative Häufigkeit
25
26 # Wiederhole die Simulation w-Mal für jedes r und schreibe
27 # r und die zugehörige Erfolgsquote in eine CSV-Datei.
28 dd = open('partnerwahl.csv', mode='w')
29 dd.write('r;q\n')
30 n, w = 100, 5000 # Anzahl Kandidaten & Wiederholungen
31 for r in range(1, n):
32     erfolgsquote = simulation(n, r, w)
33     print(r, erfolgsquote)
34     dd.write('{0};{1}\n'.format(r, erfolgsquote))
35 dd.close()
```

### Aufgabe 6

Führe das obige Simulationsprogramm mit  $n = 100$  und  $w = 5000$  durch. Öffne die so erzeugte Datei `heiratsproblem.csv` in einem Tabellenkalkulationsprogramm und stelle die Daten als Liniendiagramm dar (Werte der erste Kolonne  $\rightarrow$  Achsenbeschriftung).

Für welche Anteil Kandidaten ( $r/n$ ) sind die Chancen, den besten Partner zu finden, maximal? Vergleiche mit: <https://de.wikipedia.org/wiki/Sekretärinnenproblem>