Sortieralgorithmen

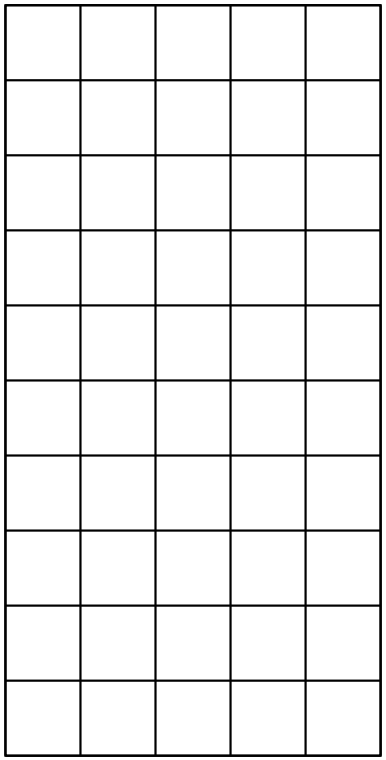
Maturavorbereitung

Aufgabe 1

Sortiere die Liste `[3, 5, 1, 6]` in-place mit Gnomesort, indem du jeden elementaren Sortierschritt in einer Zeile protokollierst und jeweils die Position des Gartenzwergs durch Unterstreichen kennzeichnest.

Aufgabe 1

Sortiere die Liste `[3, 5, 1, 6]` in-place mit Gnomesort, indem du jeden elementaren Sortierschritt in einer Zeile protokollierst und jeweils die Position des Gartenzwergs durch Unterstreichen kennzeichnest.



Aufgabe 1

Gnomesort

$\underline{3}$	5	1	6	
3	$\underline{5}$	1	6	
3	5	$\underline{1}$	6	
3	$\underline{1}$	5	6	
$\underline{1}$	3	5	6	
1	$\underline{3}$	5	6	
1	3	$\underline{5}$	6	
1	3	5	$\underline{6}$	
1	3	5	6	

Aufgabe 2

Vervollständige die Python-Funktion `gnomesort(L)`, welche die Liste `L` aufsteigend sortiert. Rücke jeweils 2 Zeichen ein.

```
def gnomesort(L):
```

Aufgabe 2

```
def gnomesort(L):
    i=0
    while i<len(L):
        if i==0:
            i=1
        elif A[i-1]>A[i]:
            A[i-1],A[i]=A[i],A[i-1]
            i=i-1
        else:
            i=i+1
```

Aufgabe 3

Diskutiere die Laufzeitkomplexität von Gnomesort.

Aufgabe 3

Komplexität von Gnomesort:

(a) Best Case: aufsteigend sortiertes Array $\Rightarrow O(n)$

(b) Worst Case: absteigend sortiertes Array $\Rightarrow O(n^2)$

Aufgabe 4

Sortiere die Liste `[7, 9, 1, 3, 5]` in-place mit Selectionsort, indem du die wesentlichen Schritte des Verfahrens zeilenweise darstellst und jeweils die Anzahl der Vergleiche und die Anzahl der Vertauschungen protokollierst.

Aufgabe 4

Sortiere die Liste `[7, 9, 1, 3, 5]` in-place mit Selectionsort, indem du die wesentlichen Schritte des Verfahrens zeilenweise darstellst und jeweils die Anzahl der Vergleiche und die Anzahl der Vertauschungen protokollierst.

Aufgabe 4

Selectionsort

					Vergleiche	Swaps
7	9	1	3	5	4	1
1	9	7	3	5	3	1
1	3	7	9	5	2	1
1	3	5	9	7	1	1
1	3	5	7	9		

Aufgabe 5

Vervollständige in der Python-Funktion `selectionsort(L)`, welche die Liste `L` mit Selectionsort aufsteigend sortiert, die mit den Fragezeichen markierten Zeilen.

```
def selectionsort(L):
?
    for i in range(0,n-1):
        minpos=i
        for i in range(i+1,n):
            if A[j]<A[minpos]:
?
        A[minpos],A[i]=A[i],A[minpos]
```

Aufgabe 5

```
def selectionsort(L):
    n=len(A)
    for i in range(0,n-1):
        minpos=i
        for i in range(i+1,n):
            if A[j]<A[minpos]:
                minpos=j
        A[minpos],A[i]=A[i],A[minpos]
```

Aufgabe 6

Diskutiere die Laufzeitkomplexität von Selectionsort.

Aufgabe 6

Komplexität von Selectionsort

Selectionsort hat immer $O(n^2)$

Aufgabe 7

Sortiere die Liste `[7, 9, 1, 3, 5]` in-place mit Insertionsort, indem du die wesentlichen Schritte des Verfahrens zeilenweise darstellst und jeweils die Anzahl der Vergleiche und die Anzahl verschobener Elemente protokollierst.

Aufgabe 7

Sortiere die Liste `[7, 9, 1, 3, 5]` in-place mit Insertionsort, indem du die wesentlichen Schritte des Verfahrens zeilenweise darstellst und jeweils die Anzahl der Vergleiche und die Anzahl verschobener Elemente protokollierst.

Aufgabe 7

Insertionsort

					Vergleiche	Verschiebungen
7	9	1	3	5	1	0
7	9	1	3	5	2	3
1	7	9	3	5	3	3
1	3	7	9	5	3	3
1	3	5	7	9		

Aufgabe 8

Vervollständige in der Python-Funktion `insertionsort(L)`, welche die Liste `L` mit Insertionsort aufsteigend sortiert, die mit den Fragezeichen markierten Zeilen.

```
def insertionsort(L):
    n=len(A):
?
    x=A[i]
    j=i-1
    while (j>=0 and A[j]>x):
        A[j+1]=A[j]
?
    A[j+1]=x
```

Aufgabe 8

```
def insertionsort(L):
    n=len(A):
    for i in range(0,n):
        x=A[i]
        j=i-1
        while (j>=0 and A[j]>x):
            A[j+1]=A[j]
            j=j-1
        A[j+1]=x
```

Aufgabe 9

Diskutiere die Laufzeitkomplexität von Insertionsort

Aufgabe 9

Komplexitäv von Insertionsort:

(a) Best Case: aufsteigend sortiertes Array $\Rightarrow O(n)$

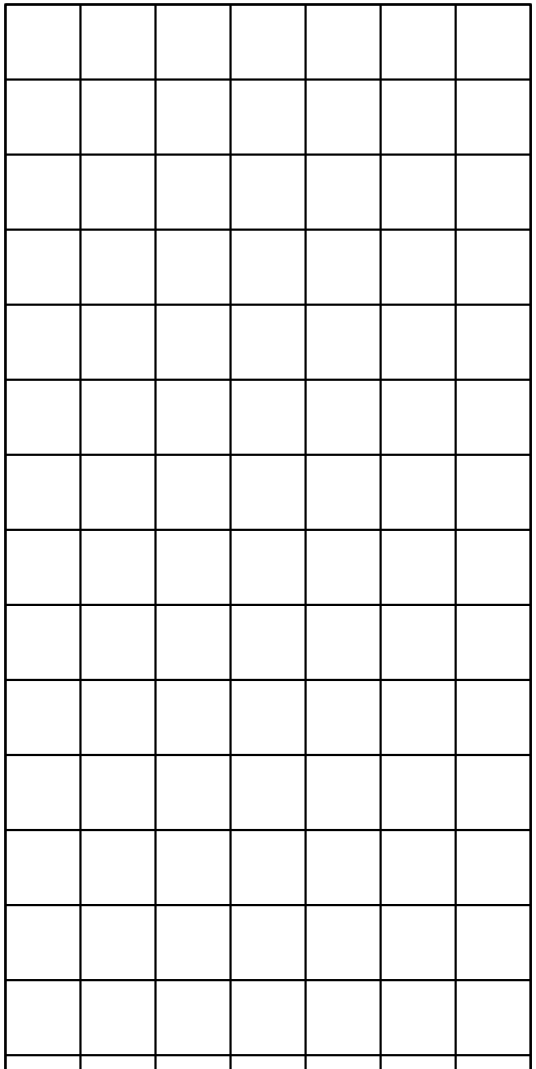
(b) Worst Case: absteigend sortiertes Array $\Rightarrow O(n^2)$

Aufgabe 10

Sortiere die Liste `[9, 5, 1, 8, 7, 4, 6]` mit Quicksort, indem du die listenverändernden Schritte des Verfahrens zeilenweise darstellst

Aufgabe 10

Sortiere die Liste `[9, 5, 1, 8, 7, 4, 6]` mit Quicksort, indem du die listenverändernden Schritte des Verfahrens zeilenweise darstellst



Aufgabe 10

Quicksort

unterstrichen: Pivotelement; rot: Element an richtiger Position

9	5	1	8	7	4	6
5	9	1	8	7	4	6
5	1	9	8	7	4	6
5	1	4	8	7	9	6
5	1	4	6	7	9	8
1	5	4		7	9	8
1	4	5		7	9	8
1		5		7	9	8
		5		7	9	8
				7	8	9
				7		9
						9

Aufgabe 11

Diskutiere die Laufzeitkomplexität von Quicksort

Aufgabe 11

Komplexität von Quicksort:

(a) Im Best Case teilt das Pivotelement nach dem Partionierungsschritt den Rest der Liste jeweils in etwa zwei gleich grosse Hälften. $\Rightarrow O(n \log n)$

(b) Im Worst Case ist das Pivotelement immer das grösste oder kleinste Element der aktuellen Teilliste, der Länge k, so dass nach jedem Partitionierungsschritt immer noch $(k-1)$ Elemente sortiert werden müsssen. $\Rightarrow O(n^2)$

Aufgabe 12

Für welche Art von Listen sortiert Quicksort schlecht und was können wir dagegen unternehmen?

Aufgabe 12

Quicksort tritt zum Beispiel dann auf wenn die vor dem Sortieren bereits auf- oder absteigend sortiert ist. Gegenmassnahmen:

- *Zufällige Pivot-Wahl:* Vertausche ein zufällig gewähltes Element aus der zu sortierenden Teilliste mit dem Element an der Pivotposition (am Ende der Teilliste). Dies reduziert die Gefahr, dass das Pivot-Element immer das kleinste oder grösste Element ist.
- *Median-of-Three-Strategie:* Wähle das Pivot-Element als Median aus einer Gruppe von drei Elementen (z. B. dem ersten, dem letzten und dem mittleren Element). Dies hilft, ein besseres Pivot-Element zu finden und die Teilung der Daten zu optimieren.

Aufgabe 13

Welcher Sortieralgorithmus wird vom folgenden Python-Programm implementiert?

```
def sort(A):
    n = len(A)
    for i in range(0, n-1):
        k = i
        for j in range(i+1, n):
            if A[j] < A[k]:
                k = j
        A[k], A[i] = A[i], A[k]
```

Aufgabe 13

```
def sort(A):
    n = len(A)
    for i in range(0, n-1):
        k = i
        for j in range(i+1, n):
            if A[j] < A[k]:
                k = j
        A[k], A[i] = A[i], A[k]
```

Es handelt sich um Selectionsort.

Aufgabe 14

Welcher Sortieralgorithmus wird vom folgenden Python-Programm implementiert?

```
def sort(L):
    n = len(L)
    i = 0
    while i < n:
        if i == 0:
            i = i + 1
        elif L[i-1] > L[i]:
            L[i], L[i-1] = L[i-1], L[i]
            i = i - 1
        else:
            i = i + 1
```

Aufgabe 14

```
def sort(L):
    n = len(L)
    i = 0
    while i < n:
        if i == 0:
            i = i + 1
        elif L[i-1] > L[i]:
            L[i], L[i-1] = L[i-1], L[i]
            i = i - 1
        else:
            i = i + 1
```

Es handelt sich um Gnomesort.

Aufgabe 15

Welcher Sortieralgorithmus wird vom folgenden Python-Programm implementiert?

```
def sort(A):
    for i in range(1, len(A)):
        x = A[i]
        j = i-1
        while(j >= 0 and A[j] > x):
            A[j+1] = A[j]
            j = j-1
        A[j+1] = x
```

Aufgabe 15

```
def sort(A):
    for i in range(1, len(A)):
        x = A[i]
        j = i-1
        while(j >= 0 and A[j] > x):
            A[j+1] = A[j]
            j = j-1
        A[j+1] = x
```

Es handelt sich um Insertionsort.

Aufgabe 16

Welcher Sortieralgorithmus wird vom folgenden Python-Programm implementiert?

```
def sort(A):
    sort_helper(A, 0, len(A))

def helper(A, a, b):
    if a < b:
        m = function(A, a, b)
        helper(A, a, m)
        helper(A, m+1, b)

def function(A, a, b):
    p = A[b-1]
    i = a-1
    for j in range(a, b-1):
        if A[j] <= p
            i += 1
            A[i], A[j] = A[j], A[i]
    A[i+1], A[b-1] = A[b-1], A[i+1]
    return i+1
```

Aufgabe 16

```
def sort(A):
    sort_helper(A, 0, len(A))

def helper(A, a, b):
    if a < b:
        m = function(A, a, b)
        helper(A, a, m)
        helper(A, m+1, b)

def function(A, a, b):
    p = A[b-1]
    i = a-1
    for j in range(a, b-1):
        if A[j] <= p
            i += 1
            A[i], A[j] = A[j], A[i]
    A[i+1], A[b-1] = A[b-1], A[i+1]
    return i+1
```

Es handelt sich um Quicksort. (OK, das war einfach!)

Aufgabe 17

Die Tabellen zeigen, wie drei verschiedene Sortieralgorithmen den Zustand einer Liste verändern, wobei nicht immer fertig sortiert wird.

7	2	4	3	8	5
2	7	4	3	8	5
2	3	4	7	8	5
2	3	4	5	8	7
2	3	4	5	7	8

7	2	4	3	8	5
2	7	4	3	8	5
2	4	7	3	8	5
2	4	3	7	8	5
2	4	3	5	8	7

7	2	4	3	8	5
2	7	4	3	8	5
2	4	7	3	8	5
2	4	3	7	8	5
2	3	4	7	8	5

Um welchen der folgenden Algorithmen handelt es sich jeweils?

- Gnomesort
- Selectionsort
- Insertionsort
- Quicksort

Aufgabe 17

7	2	4	3	8	5
2	7	4	3	8	5
2	3	4	7	8	5
2	3	4	5	8	7
2	3	4	5	7	8

`Selectionsort`

7	2	4	3	8	5
2	7	4	3	8	5
2	4	7	3	8	5
2	4	3	7	8	5
2	4	3	5	8	7

`Quicksort`

7	2	4	3	8	5
2	7	4	3	8	5
2	4	7	3	8	5
2	4	3	7	8	5
2	3	4	7	8	5

`Gnomesort`

Aufgabe 18

Die Tabellen zeigen, wie drei verschiedene Sortieralgorithmen den Zustand einer Liste verändern, wobei nicht immer fertig sortiert wird.

4	3	8	1	9	5
3	4	8	1	9	5
3	4	1	8	9	5
3	1	4	8	9	5
1	3	4	8	9	5

4	3	8	1	9	5
1	3	8	4	9	5
1	3	4	8	9	5
1	3	4	5	9	8
1	3	4	5	8	9

4	3	8	1	9	5
3	4	8	1	9	5
1	3	4	8	9	5
1	3	4	5	8	9

Um welchen der folgenden Algorithmen handelt es sich jeweils?

- Gnomesort
- Selectionsort
- Insertionsort
- Quicksort

Aufgabe 18

4	3	8	1	9	5
3	4	8	1	9	5
3	4	1	8	9	5
3	1	4	8	9	5
1	3	4	8	9	5

Gnomesort

4	3	8	1	9	5
1	3	8	4	9	5
1	3	4	8	9	5
1	3	4	5	9	8
1	3	4	5	8	9

Selectionsort

4	3	8	1	9	5
3	4	8	1	9	5
1	3	4	8	9	5
1	3	4	5	8	9

Insertionsort

Aufgabe 19

Eine Implementierung von Selectionsort liegt in $O(n^2)$ und benötigt etwa 6 Sekunden, um 10^4 Datensätze zu sortieren.

Schätze, wie lange das Programm für das Sortieren von 10^5 Datensätzen braucht.

Aufgabe 19

$$T(n) \in O(n^2) \quad \Rightarrow \quad T(n) = C \cdot n^2$$

$$T(10^4) = C \cdot (10^4)^2 = 6\,\mathrm{s}$$

$$T(10^5) = C \cdot (10^5)^2 = 10^2 \cdot C \cdot (10^4)^2 = 100 \cdot 6\,\mathrm{s} = 600\,\mathrm{s} = 10\,\mathrm{min}$$

Aufgabe 20

Eine Implementierung von Quicksort liegt in $O(n \log n)$ und benötigt etwa 6 Sekunden, um 10^4 Datensätze in zufälliger Reihenfolge zu sortieren.

Schätze, wie lange das Programm für das Sortieren von 10^5 Datensätzen in zufälliger Reihenfolge braucht.

Hinweis: Die Wahl der Logarithmenbasis hat keinen Einfluss auf das Resultat.

Aufgabe 20

$$T(n) \in O\big(n \log(n)\big) \quad \Rightarrow \quad T(n) = C \cdot n \log(n)$$

Aufgabe 20

$$T(n) \in O\big(n \log(n)\big) \quad \Rightarrow \quad T(n) = C \cdot n \log(n)$$

$$T(10^4) = C \cdot 10^4 \cdot \log(10^4) \overset{*}{=} 6\,\mathrm{s}$$

Aufgabe 20

$$T(n) \in O\big(n \log(n)\big) \quad \Rightarrow \quad T(n) = C \cdot n \log(n)$$

$$T(10^4) = C \cdot 10^4 \cdot \log(10^4) \overset{*}{=} 6\,\mathrm{s}$$

$$\begin{aligned} T(10^5) &= C \cdot 10^5 \cdot \log(10^5) = C \cdot 10 \cdot 10^4 \cdot \tfrac{5}{4} \cdot \log(10^4) \\ &= \tfrac{50}{4} \cdot \underbrace{C \cdot 10^4 \cdot \log(10^4)}_{6\,\mathrm{s}} \overset{*}{=} \tfrac{50}{4} \cdot 6\,\mathrm{s} = 75\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Beachte: $\log(x^r) = r \cdot \log(x) \Rightarrow \log(10^5) = \log\left(10^4\right)^{\frac{5}{4}} = \frac{5}{4} \cdot \log(10^4)$

Aufgabe 20

$$T(n) \in O\big(n\log(n)\big) \quad \Rightarrow \quad T(n) = C \cdot n\log(n)$$

$$T(10^4) = C \cdot 10^4 \cdot \log(10^4) \overset{*}{=} 6\,\mathrm{s}$$

$$\begin{aligned} T(10^5) &= C \cdot 10^5 \cdot \log(10^5) = C \cdot 10 \cdot 10^4 \cdot \tfrac{5}{4} \cdot \log(10^4) \\ &= \tfrac{50}{4} \cdot \underbrace{C \cdot 10^4 \cdot \log(10^4)}_{6\,\mathrm{s}} \overset{*}{=} \tfrac{50}{4} \cdot 6\,\mathrm{s} = 75\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Beachte: $\log(x^r) = r \cdot \log(x) \Rightarrow \log(10^5) = \log\left(10^4\right)^{\frac{5}{4}} = \frac{5}{4} \cdot \log(10^4)$

oder mit der passenden Basis $\log(x) = \log_{10}(x)$:

$$T(10^4) = C \cdot 10^4 \cdot \log_{10}(10^4) = C \cdot 10^4 \cdot 4 = 6\,\mathrm{s}$$

$$T(10^5) = C \cdot 10^5 \cdot \log_{10}(10^5) = C \cdot 10^5 \cdot 5 = 10 \cdot \tfrac{5}{4} \cdot \underbrace{C \cdot 10^4 \cdot 4}_{6\,\mathrm{s}} = \tfrac{50}{4} \cdot 6\,\mathrm{s} = 75\,\mathrm{s}$$