

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y} = 0.5 + 1.25x_1 - 0.5x_2 + 1.75x_3; R^2 = 0.932 \text{ (gut)}$$

(b) Die Anzahl Kaffees und die Lerndauer beeinflussen die Note positiv; das Frühstück beeinflusst die Note negativ.

(c) geschätzte Note für $x = (0, 1, 2.5)$:

$$\hat{y} = 0.5 + 1.25 \cdot 0 - 1 \cdot 0.5 + 1.75 \cdot 2.5 = 4.375$$

Achtung: Das Modell sollte nur innerhalb sinnvoller Grenzen verwendet werden.

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 105 & 100\,000 & 48 \\ 1 & 105 & 22\,442 & 30 \\ 1 & 110 & 33\,700 & 19 \\ 1 & 110 & 14\,200 & 10 \\ 1 & 110 & 20\,300 & 11 \\ 1 & 105 & 49\,000 & 61 \end{pmatrix}; y = \begin{pmatrix} 13\,500 \\ 10\,200 \\ 16\,900 \\ 18\,300 \\ 18\,500 \\ 12\,880 \end{pmatrix}$$

(b) TR: $\hat{y} = -156\,400 + 1575x_1 + 0.02378x_2 + 40.84x_3$

Bestimmtheitsmass: $R^2 = 0.934$

(c) geschätzter Preis: $(1, 110, 21\,420, 23) \cdot \beta = \text{CHF } 18\,260$

(in Wirklichkeit: CHF 17 950)

Aufgabe 3

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2^2 \\ 1 & 4 & 4^2 \\ 1 & 5 & 5^2 \end{pmatrix}; y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 4 \\ -2.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}(x) = 4 - 2.5x + 0.5x^2; R^2 = 1$$

(b) Weil durch drei, nicht auf einer Geraden liegenden Punkte, immer eine Parabel ($y = ax^2 + bx + c$) gelegt werden kann.

Aufgabe 4

Modell: $\hat{V} = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 h$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 8.3 & 70 \\ 1 & 8.8 & 63 \\ 1 & 10.7 & 81 \\ 1 & 11.1 & 80 \\ 1 & 11.4 & 76 \\ 1 & 12.9 & 85 \\ 1 & 14.0 & 78 \\ 1 & 14.5 & 74 \\ 1 & 18.0 & 80 \\ 1 & 20.6 & 87 \end{pmatrix}; y = \begin{pmatrix} 10.3 \\ 10.2 \\ 18.8 \\ 22.6 \\ 21.4 \\ 33.8 \\ 34.5 \\ 36.3 \\ 51.5 \\ 77.0 \end{pmatrix} \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} -47.75 \\ 4.915 \\ 0.1983 \end{pmatrix}$$

$$\hat{V} = -47.75 + 4.915d + 0.1983h; R^2 = 0.9737 \text{ (gut)}$$

Für $d = 17.3$ inch und $h = 81$ feet beträgt $\hat{V} = 53.34$ cubic feet

Aufgabe 5

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{x}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1/1 \\ 2 & 1/2 \\ 4 & 1/4 \\ 7 & 1/7 \end{pmatrix}; y = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} -0.3636 \\ 5.259 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}(x) = -0.3636 + 5.259 \cdot \frac{1}{x}; R^2 = 0.9921$$

(b) $\hat{y}(3) = -0.364 + 5.26 \cdot \frac{1}{3} = 1.389$