Multiple lineare Regression

Übungen

Aufgabe 1

Sophie möchte untersuchen, ob und wie einige ihrer Lebensgewohnheiten ihren Notenerfolg beeinflussen. Deshalb sammelt sie Daten über sich.

Kaffee (#)	Frühstück (nein=0/ja=1)	Lernzeit (h)	Note
2	0	1	4.5
1	1	2	5
0	1	3	5
1	0	2	5.5
2	0	0	3

(a) Erstelle ein lineares Modell für den Prüfungserfolg und berechne die Parameter mit multipler linearer Regression.

(b) Wie beinflussen die berechneten Parameter die Note?

(c) Welche Note würde das Modell bei keinem Kaffe, einem Frühstück und 2.5 Stunden Lernzeit schätzen?

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

$\hat{y} = 0.5 + 1.25x_1 - 0.5x_2 + 1.75x_3;\ R^2 = 0.932$ (gut)

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

$\hat{y} = 0.5 + 1.25x_1 - 0.5x_2 + 1.75x_3;\ R^2 = 0.932$ (gut)

(b) Die Anzahl Kaffees und die Lerndauer beeinflussen die Note positiv; das Frühstück beeinflusst die Note negativ.

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

$\hat{y} = 0.5 + 1.25x_1 - 0.5x_2 + 1.75x_3;\ R^2 = 0.932$ (gut)

(b) Die Anzahl Kaffees und die Lerndauer beeinflussen die Note positiv; das Frühstück beeinflusst die Note negativ.

(c) geschätzte Note für $x = (0, 1, 2.5)$:

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

$\hat{y} = 0.5 + 1.25x_1 - 0.5x_2 + 1.75x_3;\; R^2 = 0.932$ (gut)

(b) Die Anzahl Kaffees und die Lerndauer beeinflussen die Note positiv; das Frühstück beeinflusst die Note negativ.

(c) geschätzte Note für $x = (0, 1, 2.5)$:

$\hat{y} = 0.5 + 1.25 \cdot 0 - 1 \cdot 0.5 + 1.75 \cdot 2.5$

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

$\hat{y} = 0.5 + 1.25x_1 - 0.5x_2 + 1.75x_3$; $R^2 = 0.932$ (gut)

(b) Die Anzahl Kaffees und die Lerndauer beeinflussen die Note positiv; das Frühstück beeinflusst die Note negativ.

(c) geschätzte Note für $x = (0, 1, 2.5)$:

$$\hat{y} = 0.5 + 1.25 \cdot 0 - 1 \cdot 0.5 + 1.75 \cdot 2.5 = 4.375$$

Aufgabe 1

(a) Lineares Modell: $\hat{y} = \beta_0 \cdot 1 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.25 \\ -0.5 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

$\hat{y} = 0.5 + 1.25x_1 - 0.5x_2 + 1.75x_3; \; R^2 = 0.932$ (gut)

(b) Die Anzahl Kaffees und die Lerndauer beeinflussen die Note positiv; das Frühstück beeinflusst die Note negativ.

(c) geschätzte Note für $x = (0, 1, 2.5)$:

$\hat{y} = 0.5 + 1.25 \cdot 0 - 1 \cdot 0.5 + 1.75 \cdot 2.5 = 4.375$

Achtung: Das Modell sollte nur innerhalb sinnvoller Grenzen verwendet werden.

Aufgabe 2

Für einen bestimmten Typ eines Occasionsautos wurden folgende Daten ermittelt:

Leistung (PS)	km	Alter (Monate)	Preis (CHF)
105	100 000	48	13 500
105	22 442	30	10 200
110	33 700	19	16 900
110	14 200	10	18 300
110	20 300	11	18 500
105	49 000	61	12 880

(a) Erstelle ein lineares Modell zur Schätzung des Autopreises.

(b) Führe eine multiple lineare Regression durch.

(c) Schätze den Preis eines Autos gleichen Typs mit folgenden Parametern:

Leistung (PS)	km	Alter (Monate)	Preis (CHF)
110	21 420	23	?

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 105 & 100\,000 & 48 \\ 1 & 105 & 22\,442 & 30 \\ 1 & 110 & 33\,700 & 19 \\ 1 & 110 & 14\,200 & 10 \\ 1 & 110 & 20\,300 & 11 \\ 1 & 105 & 49\,000 & 61 \end{pmatrix};$$

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 105 & 100\,000 & 48 \\ 1 & 105 & 22\,442 & 30 \\ 1 & 110 & 33\,700 & 19 \\ 1 & 110 & 14\,200 & 10 \\ 1 & 110 & 20\,300 & 11 \\ 1 & 105 & 49\,000 & 61 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 13\,500 \\ 10\,200 \\ 16\,900 \\ 18\,300 \\ 18\,500 \\ 12\,880 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 105 & 100\,000 & 48 \\ 1 & 105 & 22\,442 & 30 \\ 1 & 110 & 33\,700 & 19 \\ 1 & 110 & 14\,200 & 10 \\ 1 & 110 & 20\,300 & 11 \\ 1 & 105 & 49\,000 & 61 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 13\,500 \\ 10\,200 \\ 16\,900 \\ 18\,300 \\ 18\,500 \\ 12\,880 \end{pmatrix}$$

(b) TR: $\hat{y} = -156\,400 + 1575 x_1 + 0.02378 x_2 + 40.84 x_3$

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 105 & 100\,000 & 48 \\ 1 & 105 & 22\,442 & 30 \\ 1 & 110 & 33\,700 & 19 \\ 1 & 110 & 14\,200 & 10 \\ 1 & 110 & 20\,300 & 11 \\ 1 & 105 & 49\,000 & 61 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 13\,500 \\ 10\,200 \\ 16\,900 \\ 18\,300 \\ 18\,500 \\ 12\,880 \end{pmatrix}$$

(b) TR: $\hat{y} = -156\,400 + 1575x_1 + 0.02378x_2 + 40.84x_3$

Bestimmheitsmass: $R^2 = 0.934$

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 105 & 100\,000 & 48 \\ 1 & 105 & 22\,442 & 30 \\ 1 & 110 & 33\,700 & 19 \\ 1 & 110 & 14\,200 & 10 \\ 1 & 110 & 20\,300 & 11 \\ 1 & 105 & 49\,000 & 61 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 13\,500 \\ 10\,200 \\ 16\,900 \\ 18\,300 \\ 18\,500 \\ 12\,880 \end{pmatrix}$$

(b) TR: $\hat{y} = -156\,400 + 1575x_1 + 0.02378x_2 + 40.84x_3$

Bestimmheitsmass: $R^2 = 0.934$

(c) geschätzter Preis: $(1, 110, 21\,420, 23) \cdot \beta = \text{CHF } 18\,260$

Aufgabe 2

(a) Modell: $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3$

mit $[x_1] = \text{PS}$, $[x_2] = \text{km}$, $[x_3] = \text{mt}$ und $[y] = \text{CHF}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 105 & 100\,000 & 48 \\ 1 & 105 & 22\,442 & 30 \\ 1 & 110 & 33\,700 & 19 \\ 1 & 110 & 14\,200 & 10 \\ 1 & 110 & 20\,300 & 11 \\ 1 & 105 & 49\,000 & 61 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 13\,500 \\ 10\,200 \\ 16\,900 \\ 18\,300 \\ 18\,500 \\ 12\,880 \end{pmatrix}$$

(b) TR: $\hat{y} = -156\,400 + 1575 x_1 + 0.02378 x_2 + 40.84 x_3$

Bestimmheitsmass: $R^2 = 0.934$

(c) geschätzter Preis: $(1, 110, 21\,420, 23) \cdot \beta = \text{CHF } 18\,260$

(in Wirklichkeit: CHF 17 950)

Aufgabe 3

Gegeben sind folgende Daten (x, y):

$(2, 1)$, $(4, 2)$, $(5, 4)$

(a) Schätze die Parameter des Modells $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$ mit multipler linearer Regression.

(b) Erkläre, warum R^2 den Wert 1 hat.

Aufgabe 3

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

Aufgabe 3

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2^2 \\ 1 & 4 & 4^2 \\ 1 & 5 & 5^2 \end{pmatrix};$$

Aufgabe 3

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2^2 \\ 1 & 4 & 4^2 \\ 1 & 5 & 5^2 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2^2 \\ 1 & 4 & 4^2 \\ 1 & 5 & 5^2 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 4 \\ -2.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2^2 \\ 1 & 4 & 4^2 \\ 1 & 5 & 5^2 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 4 \\ -2.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$\hat{y}(x) = 4 - 2.5x + 0.5x^2;\ R^2 = 1$

Aufgabe 3

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2^2 \\ 1 & 4 & 4^2 \\ 1 & 5 & 5^2 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} 4 \\ -2.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$\hat{y}(x) = 4 - 2.5x + 0.5x^2;\ R^2 = 1$

(b) Weil durch drei, nicht auf einer Geraden liegenden Punkte, immer eine Parabel ($y = ax^2 + bx + c$) gelegt werden kann.

Aufgabe 4

Hier eine Auswahl aus einer Stichprobe von Schwarzkirschbäumen des Allegheny National Forest, Pennsylvania.

Durchmessser d (inch)	Höhe h (feet)	Volumen V (cubic feet)
8.3	70	10.3
8.8	63	10.2
10.7	81	18.8
11.1	80	22.6
11.4	76	21.4
12.9	85	33.8
14.0	78	34.5
14.5	74	36.3
18.0	80	51.5
20.6	87	77.0

Stelle die Abhängigkeit des Volumens von den anderen Grössen durch ein lineares Modell dar und schätze damit das Volumen eines Kirschbaums mit $d = 17.3$ inch und $h = 81$ feet.

Aufgabe 4

Modell: $\hat{V} = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 h$

Aufgabe 4

Modell: $\hat{V} = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 h$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 8.3 & 70 \\ 1 & 8.8 & 63 \\ 1 & 10.7 & 81 \\ 1 & 11.1 & 80 \\ 1 & 11.4 & 76 \\ 1 & 12.9 & 85 \\ 1 & 14.0 & 78 \\ 1 & 14.5 & 74 \\ 1 & 18.0 & 80 \\ 1 & 20.6 & 87 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 10.3 \\ 10.2 \\ 18.8 \\ 22.6 \\ 21.4 \\ 33.8 \\ 34.5 \\ 36.3 \\ 51.5 \\ 77.0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Modell: $\hat{V} = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 h$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 8.3 & 70 \\ 1 & 8.8 & 63 \\ 1 & 10.7 & 81 \\ 1 & 11.1 & 80 \\ 1 & 11.4 & 76 \\ 1 & 12.9 & 85 \\ 1 & 14.0 & 78 \\ 1 & 14.5 & 74 \\ 1 & 18.0 & 80 \\ 1 & 20.6 & 87 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 10.3 \\ 10.2 \\ 18.8 \\ 22.6 \\ 21.4 \\ 33.8 \\ 34.5 \\ 36.3 \\ 51.5 \\ 77.0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} -47.75 \\ 4.915 \\ 0.1983 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Modell: $\hat{V} = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 h$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 8.3 & 70 \\ 1 & 8.8 & 63 \\ 1 & 10.7 & 81 \\ 1 & 11.1 & 80 \\ 1 & 11.4 & 76 \\ 1 & 12.9 & 85 \\ 1 & 14.0 & 78 \\ 1 & 14.5 & 74 \\ 1 & 18.0 & 80 \\ 1 & 20.6 & 87 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 10.3 \\ 10.2 \\ 18.8 \\ 22.6 \\ 21.4 \\ 33.8 \\ 34.5 \\ 36.3 \\ 51.5 \\ 77.0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} -47.75 \\ 4.915 \\ 0.1983 \end{pmatrix}$$

$\hat{V} = -47.75 + 4.915d + 0.1983h; \; R^2 = 0.9737$ (gut)

Aufgabe 4

Modell: $\hat{V} = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 h$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 8.3 & 70 \\ 1 & 8.8 & 63 \\ 1 & 10.7 & 81 \\ 1 & 11.1 & 80 \\ 1 & 11.4 & 76 \\ 1 & 12.9 & 85 \\ 1 & 14.0 & 78 \\ 1 & 14.5 & 74 \\ 1 & 18.0 & 80 \\ 1 & 20.6 & 87 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 10.3 \\ 10.2 \\ 18.8 \\ 22.6 \\ 21.4 \\ 33.8 \\ 34.5 \\ 36.3 \\ 51.5 \\ 77.0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} -47.75 \\ 4.915 \\ 0.1983 \end{pmatrix}$$

$\hat{V} = -47.75 + 4.915d + 0.1983h; \; R^2 = 0.9737$ (gut)

Für $d = 17.3$ inch und $h = 81$ feet beträgt $\hat{V} = 53.34$ cubic feet

Aufgabe 5

Gegeben sind folgende Daten (x, y):

$(1, 5)$, $(2, 2)$, $(4, 1)$, $(7, 0.5)$

(a) Schätze aufgrund der Daten die Parameter des Modells $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{x}$ mit multipler linearer Regression.

(b) Welchen Wert y würde das Modell für $x = 3$ schätzen?

Aufgabe 5

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{x}$

Aufgabe 5

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{x}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1/1 \\ 2 & 1/2 \\ 4 & 1/4 \\ 7 & 1/7 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{x}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1/1 \\ 2 & 1/2 \\ 4 & 1/4 \\ 7 & 1/7 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} -0.3636 \\ 5.259 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{x}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1/1 \\ 2 & 1/2 \\ 4 & 1/4 \\ 7 & 1/7 \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} -0.3636 \\ 5.259 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}(x) = -0.3636 + 5.259 \cdot \frac{1}{x};\ R^2 = 0.9921$$

Aufgabe 5

(a) Modell: $\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{x}$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1/1 \\ 2 & 1/2 \\ 4 & 1/4 \\ 7 & 1/7 \end{pmatrix}; \; y = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \beta = \begin{pmatrix} -0.3636 \\ 5.259 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}(x) = -0.3636 + 5.259 \cdot \frac{1}{x}; \; R^2 = 0.9921$$

(b) $\hat{y}(3) = -0.364 + 5.26 \cdot \frac{1}{3} = 1.389$