

Graphen (Darstellung, Tiefensuche)

Prüfungsvorbereitung

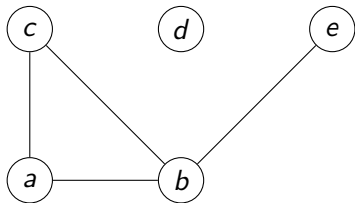
Aufgabe 1

Gib eine graphische Darstellung des Graphen $G = (V, E)$ an.

$$V = \{a, b, c, d, e\} \quad E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{b, e\}\}$$

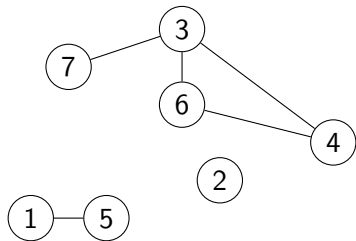
Aufgabe 1

$$V = \{a, b, c, d, e\} \quad E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{b, e\}\}$$

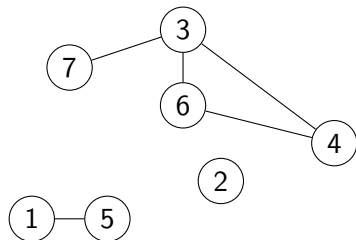


Aufgabe 2

Gib die Knoten- und Kantenmenge des Graphen $G = (V, E)$ an.



Aufgabe 2

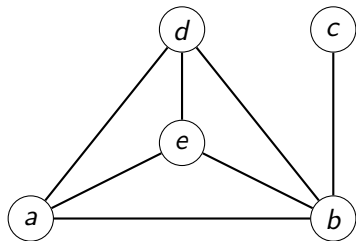


$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

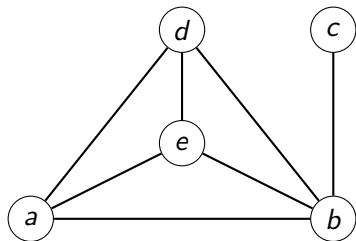
$$E = \{\{1, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}, \{4, 6\}\}$$

Aufgabe 3

Stelle den Graphen als Adjazenzmatrix dar.



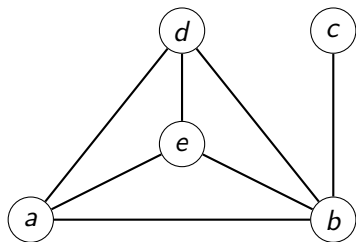
Aufgabe 3



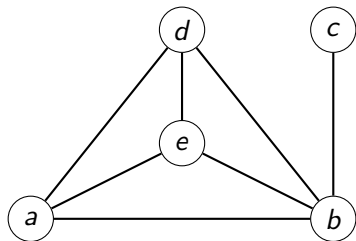
	a	b	c	d	e
a	0	1	0	1	1
b	1	0	1	1	1
c	0	1	0	0	0
d	1	1	0	0	1
e	1	1	0	1	0

Aufgabe 4

Stelle den Graphen durch Adjazenzlisten dar, wobei die Knoten in alphabetischer Reihenfolge in die jeweiligen Listen einzufügen sind.



Aufgabe 4



Adjazenzlisten (Nachbarschaftslisten):

<i>a</i>		<i>b, d, e</i>
<i>b</i>		<i>a, c, d, e</i>
<i>c</i>		<i>b</i>
<i>d</i>		<i>a, b, e</i>
<i>e</i>		<i>a, b, d</i>

Aufgabe 5

Gib die Adjazenzliste für den ungerichteten Graphen mit den Knoten $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ an, wenn die Kanten E in der gegebenen Reihenfolge zum Graphen hinzugefügt werden.

(a) $E: \{a, f\}, \{e, f\}, \{a, d\}, \{b, e\}, \{a, e\}, \{d, e\}$

(b) $E: \{b, e\}, \{d, e\}, \{a, e\}, \{a, f\}, \{a, d\}, \{e, f\}$

Aufgabe 5

(a) $\{a, f\}, \{e, f\}, \{a, d\}, \{b, e\}, \{a, e\}, \{d, e\}$

a	f, d, e
b	e
c	
d	a, e
e	f, b, a, d
f	a, e

(b) $\{b, e\}, \{d, e\}, \{a, e\}, \{a, f\}, \{a, d\}, \{e, f\}$

a	e, f, d
b	e
c	
d	e, a
e	b, d, a, f
f	a, e

Aufgabe 6

Stelle den Graphen mit der folgenden Adjazenzmatrix durch aufsteigend geordnete Adjazenzlisten dar.

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	0	1
3	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	1	1	0	0	0

Aufgabe 6

Adjazenzmatrix:

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	0	1
3	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	1	1	0	0	0

Adjazenzlisten:

1	2, 5
2	1, 3, 5
3	2
4	
5	1, 2

Aufgabe 7

Stelle den Graphen mit der folgenden Adjazenzlistendarstellung durch eine Adjazenzmatrix dar.

<i>a</i>		<i>b, d, e, c</i>
<i>b</i>		<i>e, a, c, d</i>
<i>c</i>		<i>b, a</i>
<i>d</i>		<i>e, a, b</i>
<i>e</i>		<i>b, d, a</i>

Aufgabe 7

Adjazenzlisten:

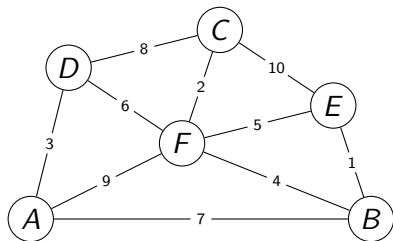
<i>a</i>		<i>b, d, e, c</i>
<i>b</i>		<i>e, a, c, d</i>
<i>c</i>		<i>b, a</i>
<i>d</i>		<i>e, a, b</i>
<i>e</i>		<i>b, d, a</i>

Adjazenzmatrix:

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>		0	1	1	1	1
<i>b</i>		1	0	1	1	1
<i>c</i>		1	1	0	0	0
<i>d</i>		1	1	0	0	1
<i>e</i>		1	1	0	1	0

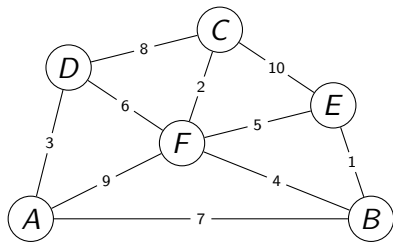
Aufgabe 8

Gegeben ist ein Graph $G = (V, E)$ mit Kantengewichten. Bestimme mit dem Algorithmus von Prim und dem Startknoten A schrittweise die Adjazenzlistendarstellung eines minimalen Spannbaums von G .



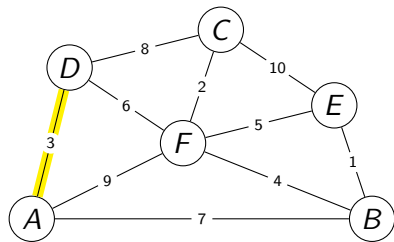
Zur Erinnerung: Der Algorithmus von Prim beginnt mit einem Baum, der nur aus dem Startknoten besteht. Dieser Baum wird schrittweise durch eine Kante mit minimalem Gewicht erweitert, die von einem der Knoten im aktuellen Baum abgeht und Zyklen vermeidet. Das Verfahren endet, wenn der Spannbaum jeden Knoten enthält, der durch einen Pfad mit dem Startknoten verbunden ist.

Aufgabe 8



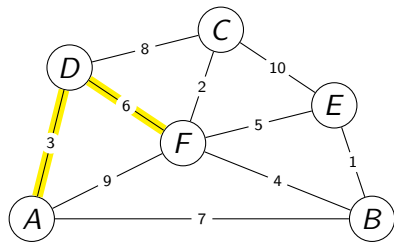
A
B
C
D
E
F

Aufgabe 8



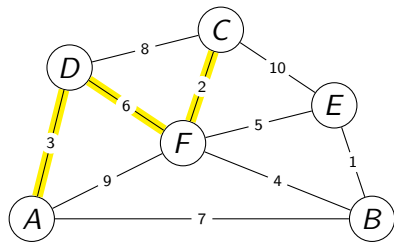
A		D
B		
C		
D		A
E		
F		

Aufgabe 8



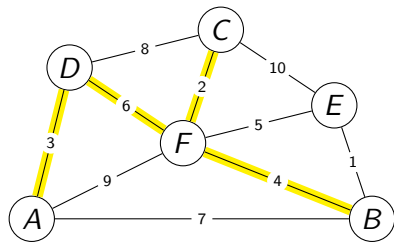
A		D
B		
C		
D		A, F
E		
F		D

Aufgabe 8



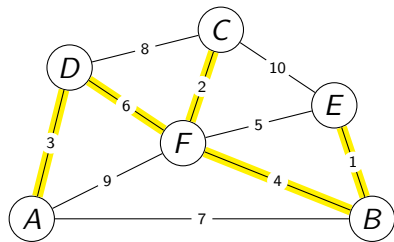
A		D
B		
C		F
D		A, F
E		
F		D, C

Aufgabe 8



A		<i>D</i>
B		<i>F</i>
C		<i>F</i>
D		<i>A, F</i>
E		
F		<i>D, C, B</i>

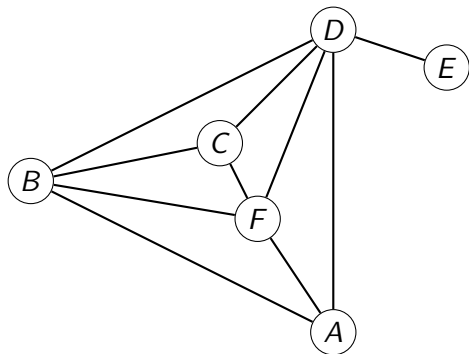
Aufgabe 8



A	D
B	F, E
C	F
D	A, F
E	B
F	D, C, B

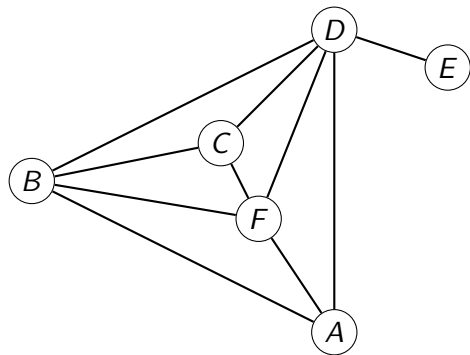
Aufgabe 9

Traversiere den unten abgebildeten Graphen G mittels einer Tiefensuche und dem gegebenen Startknoten. Gehe davon aus, dass die Nachbarkanten alphabetisch gespeichert sind.



- (a) Startknoten A
- (b) Startknoten C

Aufgabe 9



- (a) Startknoten A: A, B, C, D, E, F
- (b) Startknoten C: C, B, A, D, E, F

Aufgabe 10

Führe auf der Basis der folgenden Adjazenzliste eine Tiefensuche mit dem Startknoten A durch.

A	C, F, G
B	E, C, D, F
C	E, F, A, B
D	F, E, B
E	C, B, D
F	C, D, G, A, B
G	F, A

Hinweis: Nummeriere links die besuchten Knoten und streiche rechts in der Adjazenzliste alle bereits besuchten Knoten durch.

Aufgabe 10

<i>A</i>		<i>C, F, G</i>
<i>B</i>		<i>E, C, D, F</i>
<i>C</i>		<i>E, F, A, B</i>
<i>D</i>		<i>F, E, B</i>
<i>E</i>		<i>C, B, D</i>
<i>F</i>		<i>C, D, G, A, B</i>
<i>G</i>		<i>F, A</i>

A, C, E, B, D, F, G

Aufgabe 11

Führe auf der Basis der folgenden Adjazenzliste eine Tiefensuche mit dem Startknoten F durch.

A	D, C, F, E
B	E, F, C
C	D, A, F, B
D	A, C, E
E	D, B, A
F	A, C, B

Hinweis: Nummeriere links die besuchten Knoten und streiche rechts in der Adjazenzliste alle bereits besuchten Knoten durch.

Aufgabe 11

<i>A</i>		<i>D, C, F, E</i>
<i>B</i>		<i>E, F, C</i>
<i>C</i>		<i>D, A, F, B</i>
<i>D</i>		<i>A, C, E</i>
<i>E</i>		<i>D, B, A</i>
<i>F</i>		<i>A, C, B</i>

F, A, D, C, B, E

Aufgabe 12

Führe auf der Adjazenzliste des Minimum Spanning Trees von Aufgabe 8 eine Tiefensuche mit Startknoten A durch.

A	D
B	F, E
C	F
D	A, F
E	B
F	D, C, B

Aufgabe 12

<i>A</i>		<i>D</i>
<i>B</i>		<i>F, E</i>
<i>C</i>		<i>F</i>
<i>D</i>		<i>A, F</i>
<i>E</i>		<i>B</i>
<i>F</i>		<i>D, C, B</i>

A, D, F, C, B, E

Aufgabe 13

Nenne je einen Vor- und einen Nachteil der folgenden beiden Darstellungsformen eines Graphen $G = (V, E)$.

- (a) Adjazenzmatrix
- (b) Adjazenzliste

Aufgabe 13

(a) Adjazenzmatrix

- ▶ *Vorteile:* (1) Einfach zu implementieren. (2) Um zu testen, ob es im Graphen eine Kante $\{u, v\}$ gibt, muss nur geprüft werden, ob in Zeile u und der Spalte v der Matrix eine 1 steht.
- ▶ *Nachteil:* Benötigt unabhängig von der Anzahl der Kanten immer $|V| \cdot |V| = |V|^2$ Speicherplätze.

(b) Adjazenzliste

- ▶ *Vorteil:* Benötigt weniger Speicherplatz als die Adjazenzmatrix, wenn der Graph dünn besetzt ist, d. h. relativ wenig Kanten hat. Dies spielt insbesondere bei grossen Graphen eine zentrale Rolle.
- ▶ *Nachteile:* (1) Ist aufwändiger zu implementieren als eine Adjazenzmatrix. (2) Um zu testen, ob eine Kante $\{u, v\}$ im Graphen existiert, müssen alle Nachbarn von u oder v geprüft werden.