
Datenstrukturen
Übungen

Version vom 29. April 2023

Aufgabe 1.1

Was ist ein Datentyp?

Aufgabe 1.2

Zähle drei einfache (primitive) Datentypen der Programmiersprache Python auf.

Aufgabe 1.3

Welche Laufzeitkomplexität haben die folgenden Operationen für den Python-Datentyp `list`? Gehe davon aus, dass die gegebene Liste `L` die Länge n hat. Der Index i ist jeweils ein gültiger Index ($0 \leq i < n$).

- (a) `L[i]`
- (b) `L.pop(i)`
- (c) `L.pop()`
- (d) `L.append(77)`
- (e) `L.insert(i, 77)`
- (f) `for x in L: ...`

Aufgabe 1.4

Welche Laufzeitkomplexität haben die folgenden Operationen für den Python-Datentyp `dict`? Gehe davon aus, dass das gegebene Dictionary `D` die Länge n hat. Die Variable `k` bezeichnet jeweils einen gültigen Schlüssel.

- (a) `D[k]`
- (b) `D.del(k)`
- (c) `for k in D:`
 `print(D[k])`

Aufgabe 1.5

Welche Laufzeitkomplexität haben die folgenden Python-Anweisungen, wenn die Menge `A` aus n und die Menge `B` aus m ganzen Zahlen besteht.

- (a) `A.add(24)`
- (b) `27 in A`
- (c) `A.union(B)`

Aufgabe 2.1

Nenne vier Anwendungsgebiete für Stacks in der Informatik.

Aufgabe 2.2

Es sei `s` eine Instanz der Klasse `Stack`. Welches ist der Unterschied zwischen den Ausdrücken `s.peek()` und `s.pop()`?

Aufgabe 2.3

Eine Python-Implementation des Datentyps `Stack` hat folgenden Konstruktor

```
class Stack:
    def __init__():
        self.items = []
```

Implementiere die folgenden Methoden

(a) `push(item)`

(b) `pop()`

(c) `isEmpty()`

für Objekte des Datentyps `Stack`.

Aufgabe 2.4

Stelle die folgenden Infix-Ausdrücke jeweils als gleichwertige, klammerlose Postfix-Terme dar. *Hinweise:* `a`, `b`, `c`, `d` stehen für Zahlen, `**` ist der Potenzoperator.

(a) `a * b - (c + d)`

(b) `c / b ** (d - a)`

Aufgabe 2.5

Gib die Ausgabe des folgenden Programmfragments als Liste an, wenn der Stack von links nach rechts wächst.

```
s = Stack()
s.push('m')
s.push('a')
s.push('z')
s.pop()
s.push('k')
s.push('c')
s.pop()

print(s)
```

Aufgabe 2.6

Beschreibe drei verschiedene Anwendungen für die Datenstruktur *Queue*.

Aufgabe 2.7

Notiere die Kurzform für die Art und Weise, wie Daten zu Queues hinzugefügt bzw. aus ihnen entfernt werden.

Aufgabe 2.8

Eine Python-Implementation des Datentyps *Queue* hat folgenden Konstruktor

```
class Queue:

    def __init__():
        self.items = []
```

Implementiere die folgenden Methoden für Objekte dieses Datentyps:

- (a) `enqueue(item)`
- (b) `size()`

Aufgabe 2.9

Gib die Ausgabe des folgenden Programmfragments als Liste an, wenn die Elemente von links in die der *Queue* zugrunde liegende Liste eingefügt werden.

```
from myqueue import Queue

q = Queue()
q.enqueue('m')
q.enqueue('z')
q.dequeue()
q.enqueue('a')
q.enqueue('f')
q.enqueue(q.dequeue())
q.enqueue('s')
print(q)
```

Aufgabe 2.10

Schreibe auf der Basis der Klasse `Deque` mit der Schnittstelle

<code>Deque</code>
<code>data: <list></code>
<code>addFront(item: <any>): None</code>
<code>addRear(item: <any>): None</code>
<code>removeFront(): <any></code>
<code>removeRear(): <any></code>
<code>size(): <int></code>

eine Funktion `palindrome(string)`, die prüft, ob es sich bei der Zeichenkette `string` um ein Palindrom handelt und entsprechend den Wahrheitswert `True` oder `False` zurückgibt.

Hinweise zu den Aufgaben 2.11–2.13

- Der Datenspeicher ist jeweils linear aufgebaut. Aus Platzgründen erfolgt die Darstellung mehrzeilig. Die Adressierung erfolgt durch ein Byte, wobei das erste Halbbyte die Zeile und das zweite Halbbyte die Spalte angibt.
- Ein `Node` besteht aus zwei benachbarten Speicherzellen. Die erste Speicherzelle enthält einen hexadezimalen Datenwert, die zweite eine Adresse.
- `00` steht für den Nullzeiger oder ein leeres Datenfeld.

Aufgabe 2.11

Stelle die im Speicherabbild enthaltene Daten einer einfach verkettete Liste mit der Adresse `0x2A` sequentiell dar.

Hinweis: Der Speicher kann auch noch andere oder verwaiste Daten enthalten.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	⊗	00	0B	41	00	00	00	00	00	00	00	00	00	00	00	22
1	37	00	00	00	3A	0F	00	32	41	00	00	00	00	00	00	00
2	00	00	00	00	00	00	00	00	00	0C	14	17	00	00	46	20
3	00	00	0A	22	00	00	00	32	00	00	00	00	00	24	46	00
4	00	00	00	00	00	00	00	02	04	00	00	00	00	00	00	00

Aufgabe 2.12

Stelle im leeren Raster das Speicherabbild der einfach verketteten Liste mit der Adresse 0x16 unmittelbar nach dem Einfügen des Datenwerts 0x25 an der Adresse 0x0D dar.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	X			07	19											
1						03			10	00						

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	X															
1																

Aufgabe 2.13

Stelle im leeren Raster das Speicherabbild der einfach verketteten Liste mit der Adresse 0x0C unmittelbar nach dem Löschen des Datenwerts 0x1C dar.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	X	15	00			17	18						05	41	01	
1			1C	0D					1A	12						

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	X															
1																

Aufgabe 2.14

Gib die Laufzeitkomplexität für die folgenden Operationen auf dem Datentyp einer einfach verketteten Liste mit n Elementen an.

- (a) Einfügen eines Elements
- (b) Suchen eines Elements
- (c) Löschen eines Elements

Aufgabe 2.15

Wie lautet der Fachausdruck für das automatische Freigeben von nicht mehr benötigtem Arbeitsspeicher?

Aufgabe 2.16

Implementiere eine Klasse `Node` mit folgenden Attributen und Methoden:

<code>Node</code>
<code>data: <any></code> <code>next: Node</code>
<code>Node(data: <any>)</code> <code>getData(): <any></code> <code>getNext(): Node</code> <code>setData(data: <any>)</code> <code>getNext(next: Node)</code>

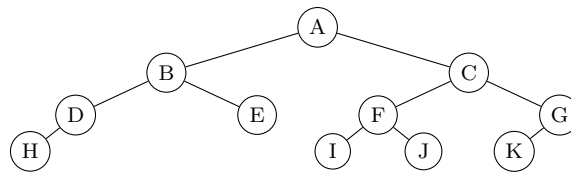
Im Konstruktor erhält das Attribut `next` standardmässig den Wert `None`.

Aufgabe 3.1

Nenne drei unterschiedliche Informatik-Anwendungen, in denen Bäume als Datenstruktur vorkommen.

Aufgabe 3.2

Beantworte die Fragen zum folgenden Baum:



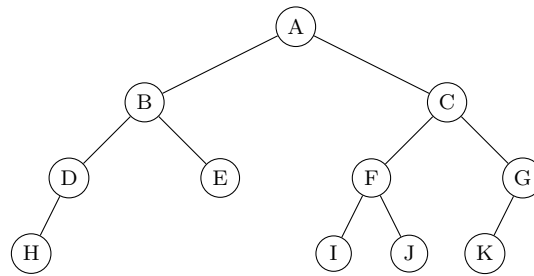
- Welchen Schlüssel hat die Wurzel?
- Welche Kinder hat der Knoten mit dem Schlüssel C?
- Welche Geschwister hat der Knoten mit dem Schlüssel H?
- Welchen Elternknoten hat der Knoten mit dem Schlüssel E?
- Welches sind die Blätter des Baums?
- Welches sind die inneren Knoten des Baums?
- Welche Tiefe hat der Knoten mit dem Schlüssel D?
- Welche Höhe hat der Baum?

Aufgabe 3.3

Definiere die Struktur eines Baumes auf rekursive Weise.

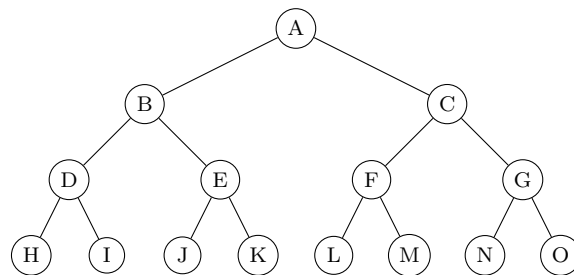
Aufgabe 3.4

Beschreibe den Typ des Baums mit dem richtigen Fachausdruck.



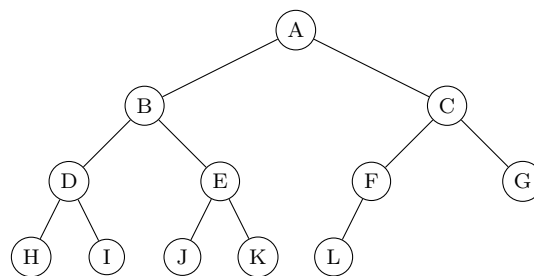
Aufgabe 3.5

Beschreibe den Typ des Baums mit dem richtigen Fachausdruck.



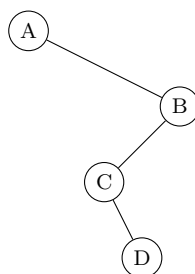
Aufgabe 3.6

Beschreibe den Typ des Baums mit dem richtigen Fachausdruck.



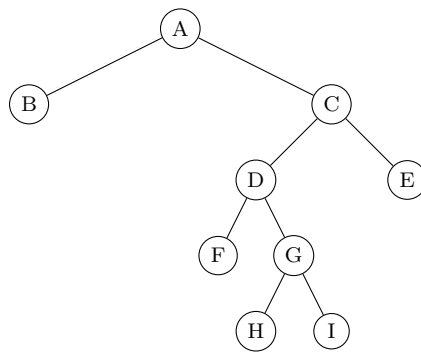
Aufgabe 3.7

Beschreibe den Typ des Baums mit dem richtigen Fachausdruck.



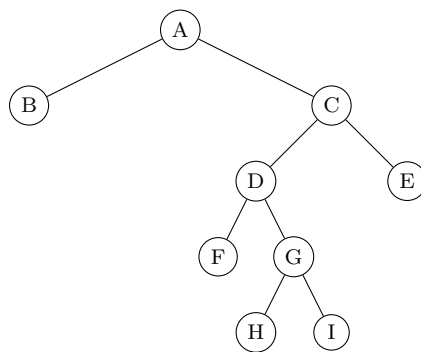
Aufgabe 3.8

Beschreibe den Typ des Baums mit dem richtigen Fachausdruck.



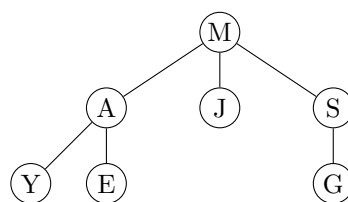
Aufgabe 3.9

Stelle die folgende verschachtelte Liste als Baum dar.



Aufgabe 3.10

Stelle den folgenden ternären Baum als verschachtelte Liste dar.



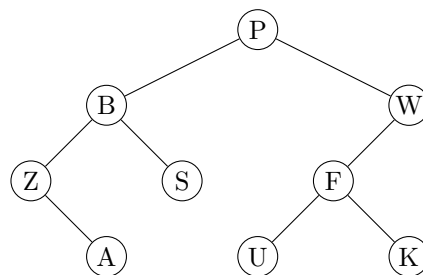
Aufgabe 3.11

Das folgende Speicherabbild enthält einen Baum, dessen Wurzel sich an der Adresse 0x32 befindet. Jeder Knoten besteht aus drei benachbarten Speicherzellen, wobei der erste Knoten den Schlüssel, der zweite Knoten die Referenz auf einen allfälligen linken Teilbaum und der dritte Knoten die Referenz auf einen allfälligen rechten Teilbaum enthält. 0x00 bezeichnet den NULL-Zeiger. Skizziere diesen Baum mit seinen Schlüsseln.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	⊗	00	0B	41	1E	2F	10	00	00	00	00	00	00	00	00	22
1	37	00	00	00	3A	0F	00	32	41	00	00	00	00	00	00	00
2	00	00	00	00	00	00	00	00	00	0C	14	17	00	00	46	19
3	00	00	22	04	3A	00	00	32	00	00	30	00	4C	24	46	00
4	00	00	00	00	00	00	00	02	04	00	00	00	2E	00	00	00

Aufgabe 3.12

Gib die Schlüsselreihenfolge bei den folgenden Traversierungen an.



- (a) Preorder
- (b) Inorder
- (c) Postorder

Aufgabe 3.13

Transformiere die Elemente der Liste

[5, 28, 13, 7, 9, 2, 16]

unter Beibehaltung der Reihenfolge in einen vollständigen binären Baum.

Aufgabe 3.15

Welchen Index hat der Elternknoten des Kindknotens mit dem Index ...

- (a) 76
- (b) 89

in der Listendarstellung eines vollständigen binären Baums?

Aufgabe 3.16

Ein Knoten K eines vollständigen Binärbaums hat in der Listendarstellung den Index 5.

- (a) Wie gross muss diese Liste mindestens sein, damit K Kindknoten hat?
- (b) Welche Indizes haben diese Kindknoten, falls sie existieren?

Aufgabe 3.17

Wie viele Blätter hat ein vollständiger Baum mit 20 Knoten?

Aufgabe 3.18

Gegeben ist ein Heap mit der Listendarstellung

[3, 5, 7, 16, 13, 8].

Zeige vollständig und schrittweise, wie das Element 4 in den Heap eingefügt und die Heap-Bedingung wiederhergestellt wird, indem du jeden Zustand als Baum darstellst.

Aufgabe 3.19

Gegeben ist ein Heap mit der Listendarstellung

[2, 4, 10, 18, 33, 21]

Zeige vollständig und schrittweise, wie das kleinste Element aus der Heap-Liste entfernt und die Heap-Struktur wiederhergestellt wird, indem du jeden Zustand als Baum darstellst.

Aufgabe 3.20

Gegeben ist die Liste [16, 12, 9, 4, 7, 3].

Zeige vollständig und schrittweise, wie diese Liste effizient in einen Min-Heap transformiert wird, indem du jeden Zustand als Baum darstellst.

Aufgabe 4.1

Ein ungerichteter Graph G besteht aus der Knotenmenge $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ und der Kantenmenge $E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}, \{v_4, v_4\}\}$.

Stelle diesen Graphen (ohne Überschneidungen) graphisch dar. Die Kanten müssen nicht beschriftet werden.

Aufgabe 4.2

Bei gerichteten Graphen kommt es auf die Reihenfolge an, in der die adjazenten Knoten verbunden werden. Stelle den Graphen G mit der Eckenmenge

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

und der Kantenmenge

$$E = \{(v_1, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_3), (v_5, v_3)\}$$

grafisch dar.

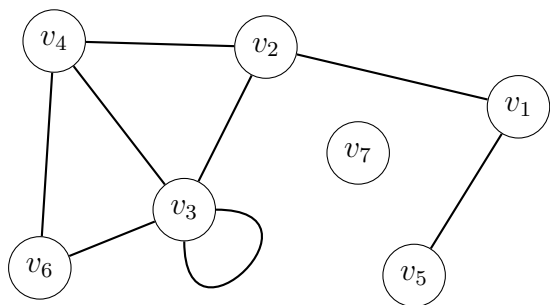
Aufgabe 4.3

Gerichtete und ungerichtete Graphen können auch in Form einer Adjazenzliste definiert werden, wobei, jedes Listenelement ein Paar ist, das aus einem Knoten und einer Liste der von dieser Knoten aus erreichbaren Knoten besteht. Stelle den durch die folgende Adjazenzliste definierten Graphen grafisch dar.

$$\begin{aligned} v_1: & \{v_2, v_3, v_4\} \\ v_2: & \{v_1, v_3, v_5\} \\ v_3: & \{v_1, v_2, v_7, v_8\} \\ v_4: & \{v_1, v_6, v_7, v_8\} \\ v_5: & \{v_2, v_5, v_8\} \\ v_6: & \{v_4, v_7, v_8\} \\ v_7: & \{v_3, v_4, v_6\} \\ v_8: & \{v_3, v_4, v_5, v_6\} \end{aligned}$$

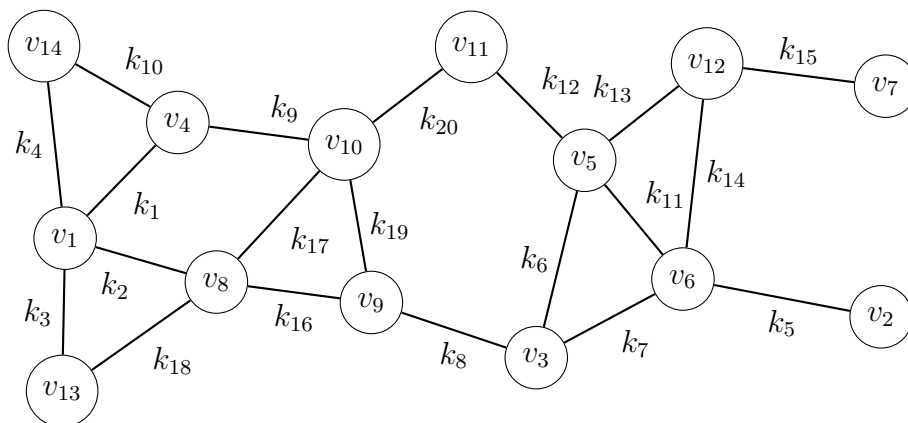
Aufgabe 4.4

Mit einer Adjazenzmatrix kann dargestellt werden, ob ein Knoten zu einem anderen Knoten adjazent ist. Stelle den gezeichneten Graphen in Form einer Adjazenzmatrix dar. (Knotennummer mit Zeilenindex \rightarrow Knotennummer mit mit Spaltenindex).



Aufgabe 4.5

Beantworte die Fragen zum folgenden Graphen G .

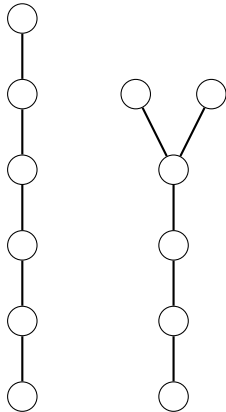


- | | wahr | falsch |
|---|--------------------------|--------------------------|
| (a) v_8 und k_{17} sind inzident. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) k_5 und k_6 sind adjazent. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) v_5 und v_6 sind adjazent. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) v_7 ist ein isolierter Knoten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (e) k_5 ist eine innere Kante. [falsche Frage!] | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (f) $v_1v_8v_9v_{10}v_8v_{13}v_1$ ist ein Zyklus. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (g) $v_1v_8v_9v_{10}v_8v_{13}v_1$ ist ein Pfad. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (h) $v_1v_8v_9v_{10}v_8v_{13}v_1$ ist ein Kreis. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (i) $v_1v_8v_9v_{10}v_8v_{13}v_1$ ist ein Weg. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (j) $v_1v_8v_9v_{10}v_8v_{13}v_1$ ist ein Kantenzug. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (k) $\deg(v_{10}) = 4$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (l) $\deg(G) = 39$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (m) G besitzt einen Hamilton-Weg, d. h. einen Weg, der jeden Knoten genau einmal enthält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (n) G ist schlingenfreni. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (o) G ist zusammenhängend. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Aufgabe 4.6

Bestimme bis auf Isomorphie alle Bäume mit 6 Knoten.

- Als Hilfe sind bereits zwei der gesuchten Bäume gegeben.
- Es gibt 6 solcher Bäume. Im Allgemeinen hat ein unbeschrifteter Baum mit n Knoten nicht n verschiedene Darstellungen. Es wurde bisher auch keine Formel gefunden, um diese Anzahl zu berechnen.



Aufgabe 4.7

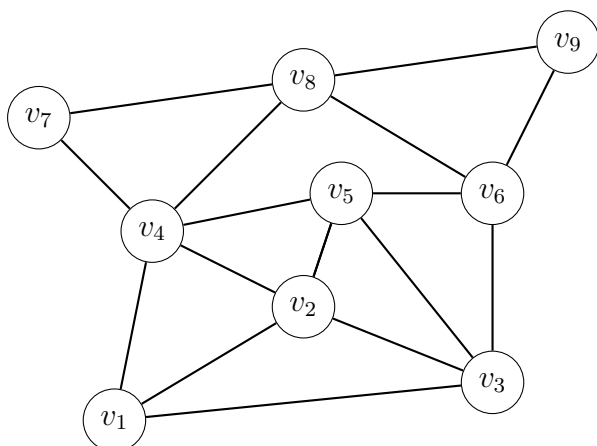
Mit K_n wird der vollständige Graph mit n Knoten bezeichnet.

- Zeichne eine Darstellung von K_5 .
- Ist K_5 plättbar?
- Wie viele Kanten hat K_9 ?

Aufgabe 4.8

Enthält der folgende Graph (a) einen Hamilton-Kreis? (b) einen Euler-Zyklus?

- Wenn ja, gib ihn an.
- Wenn nein, liefere eine Begründung dafür.

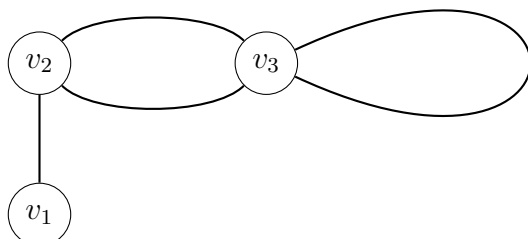


Aufgabe 4.9

Wie viele Kanten hat ein Graph mit 44 Knoten und insgesamt 25 Flächen?

Aufgabe 4.10

Skizziere den dualen Graphen G' .



Aufgabe 4.11

Ein Graph $G' = (V', E')$ mit der Knotenmenge V' und der Kantenmenge E' ist Teilgraph des Graphen $G = (V, E)$ mit der Knotenmenge V und der Kantenmenge E , wenn gilt $V' \subset V$ und $E' \subset E$.

Gegeben ist der Graph G mit $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ und

$$K = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_2, v_5\}, \{v_3, v_4\}, \{v_4, v_6\}, \{v_4, v_7\}, \{v_5, v_6\}, \{v_5, v_7\}, \{v_6, v_7\}\}$$

sowie der Graph G' mit $V' = \{v_2, v_3, v_5, v_7\}$ und

$$K' = \{\{v_2, v_3\}, \{v_2, v_5\}, \{v_5, v_7\}, \{v_7, v_7\}\}.$$

Ist G' ein Teilgraph von G ?

Aufgabe 4.12

Eine *Clique* C in einem Graphen G ist ein vollständiger Teilgraph von G .

Eine *maximale Clique* C in einem Graphen G ist ein grösster vollständiger Teilgraph von G .

Bestimme die Ordnung der maximalen Clique im Graphen $G = (V, E)$, der durch die folgende Adjazenzliste gegeben ist.

- $v_1: \{v_2, v_5, v_6, v_7\}$
- $v_2: \{v_1, v_3, v_4, v_6\}$
- $v_3: \{v_2, v_4, v_5, v_6\}$
- $v_4: \{v_2, v_3, v_5, v_7\}$
- $v_5: \{v_1, v_3, v_4, v_6, v_7\}$
- $v_6: \{v_1, v_2, v_3, v_5, v_7\}$
- $v_7: \{v_1, v_4, v_5, v_6\}$

Aufgabe 4.13

Bestimme die chromatische Zahl der folgenden Graphen.

