Beschreibe das Modell, mit dem die Komplexität von Algorithmen mit der O-Notation gemessen wird.

Aufgabe 2

Bestimme die minimale Laufzeitklasse O(f(n)), in welcher der Algorithmus mit der Anzahl elementarer Rechenschritte T(n) liegt, wobei n für die Problemgrösse steht.

(a)
$$T(n) = 4n^2 + 2n + 5n^3 + 1$$

(b)
$$T(n) = 5 \cdot 3^{n-1}$$

(c)
$$T(n) = 27$$

(d)
$$T(n) = (4n^2 + 3)(5n - 4)(7n^3 - 6)$$

(e)
$$T(n) = \log_2(4n^2)$$

Aufgabe 3

Warum liegt $T(n) = \log_2(n)$ in $O(\log_{10}(n))$?

Aufgabe 4

In welcher Komplexitätsklasse befindet sich $T_1(n) \cdot T_2(n) \cdot T_3(n)$, wenn $T_1(n) \in \mathcal{O}(n^3)$ und $T_2(n) \in \mathcal{O}(n^4)$ und $T_3(n) \in \mathcal{O}(n)$ gilt?

Aufgabe 5

In welcher Komplexitätsklasse befindet sich $T_1(n) + T_2(n) + T_3(n)$, wenn $T_1(n) \in \mathcal{O}(n^3)$, $T_2(n) \in \mathcal{O}(n^2)$ und $T_3(n) \in \mathcal{O}(n^4)$ gilt?

Für welchen Wert $n_0 \in \mathbb{N}$ gilt $T_1(n) < T_2(n)$ für alle $n \ge n_0$?

(a)
$$T_1(n) = 100 \cdot n$$
, $T_2(n) = 0.1 \cdot n^2$

(b)
$$T_1(n) = 1000 \cdot 2^n$$
, $T_2(n) = 4^n$

Aufgabe 7

Eine Implementation eines Algorithmus' hat eine Laufzeitkomplexität von $\mathcal{O}(n^3)$ und benötigt etwa $20\,\mu\mathrm{s}$ für das Lösen eines Problems der Grösse n=100. Bestimme die ungefähre Laufzeit für ein Problem der Grösse n=200.

Aufgabe 8

Eine Implementation eines Algorithmus' hat eine Laufzeitkomplexität von $\mathcal{O}(2^n)$ und benötigt etwa 10 s für das Lösen eines Problems der Grösse n=200. Bestimme die ungefähre Laufzeit für ein Problem der Grösse n=205.

Aufgabe 9

Eine Implementation eines Algorithmus' hat eine Laufzeitkomplexität von $\mathcal{O}(\log_2 n)$ und benötigt etwa 5 s für das Lösen eines Problems der Grösse $n=10^3$. Bestimme die ungefähre Laufzeit für ein Problem der Grösse $n=10^6$.

Eine Implementation eines Algorithmus' hat eine Laufzeitkomplexität von $\mathcal{O}(n!)$ und benötigt etwa 50 ms für das Lösen eines Problems der Grösse n=19. Bestimme die ungefähre Laufzeit für ein Problem der Grösse n=20.

Aufgabe 11

Bestimme die Komplexitätsklasse des Python Code-Fragments in Abhängigkeit des Parameters n, der die Länge der Liste A beschreibt:

```
1  s = 0
2  for i in range(0, n):
3     s += A[i]
```

Aufgabe 12

Bestimme die Komplexitätsklasse des Python Code-Fragments in Abhängigkeit des Parameters n:

Aufgabe 13

Bestimme die Komplexitätsklasse des Python Code-Fragments in Abhängigkeit des Parameters n.

```
1  s = 1
2  for i in range(0, n):
3     for j in range(0, n):
4         s = s + i*j
5     for k in range(0, 2n):
7     s = s + k
```

Bestimme die Komplexitätsklasse des folgenden Python Code-Fragments.

```
a = 4
b = a**2
c = -b
d = (a+b)*c
```

Aufgabe 15

Zu welcher (worst case) Komplexitätsklasse O(?) gehören die folgenden Algorithmen?

- (a) Ein Element in einer unsortierten Liste der Länge n suchen.
- (b) Zwei $(n \times n)$ -Matrizen multiplizieren.
- (c) Eine n-elementige Liste mit Gnomesort sortieren.
- (d) Eine quadratische Gleichung lösen.
- (e) Ein Element in einer sortierten n-elementigen Liste suchen.
- (f) Eine n-elementige Zufallsliste mit Quicksort sortieren.