Der euklidische Algorithmus — Übungen

Aufgabe 1

Gegeben: Primfaktorzerlerungen der natürlichen Zahlen a und b

$71500 = 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 2$

$4200 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2$

Gesucht: $\mathrm{ggT}(71500, 4200) =$

Aufgabe 2

Wie lautet die korrekt ausgeschriebene englische Bezeichnung für den grössten gemeinsamen Teiler und die dazu gehörende Abkürzung?

Aufgabe 3

Zeige schrittweise, wie der klassische Algorithmus von Euklid den grössten gemeinsamen Teiler der natürlichen Zahlen $a = 80$ und $b = 32$ berechnet.

$\mathrm{ggT}(80, 32) =$

Aufgabe 4

Untersuche, was passiert, wenn du den klassischen euklidischen Algorithmus mit einem negativen ersten Operanden ausführst.

Führe konsequent vier bis fünf Schritte des Algorithmus aus. Beschreibe das Problem, das dabei ensteht und formuliere einen Vorschlag zu seiner Lösung.

$\mathrm{ggT}(-8, 10) =$

Aufgabe 5

Beschreibe den wesentlichen Nachteil des klassischen euklidischen Algorithmus anhand eines gut gewählten Beispiels mit zwei positiven Operanden und formuliere einen Verbesserungsvorschlag.

Aufgabe 6

Zeige schrittweise, wie der moderne Algorithmus von Euklid den grössten gemeinsamen Teiler der natürlichen Zahlen $a = 60$ und $b = 84$ berechnet.

$\mathrm{ggT}(60, 84) =$

Aufgabe 7

Zeige, schrittweise, wie die klassische und die moderne Version des Algorithmus von Euklid $\mathrm{ggT}(64, 44)$ berechnen und vergleiche den Aufwand.

Aufgabe 8

Zeige, schrittweise, wie die klassische und die moderne Version des Algorithmus von Euklid ggT$(34, 21)$ berechnen. Vergleiche die Anzahl der Rechenschritte, wobei bei der klassischen Version nur die Subtraktionen und beim der modernen Version nur die die Berechnung der Divsionsreste zu zählen sind.

(a) Was stellst du fest? (b) Woran liegt das?

Aufgabe 9

Implementiere die klassische Version des Algorithmus von Euklid in Python als Funktion mit dem Namen `ggt_alt(a, b)` und den formalen Parametern `a` und `b`. Die Funktion soll den ggT als Wert zurückgeben. Achte darauf, dass der Code syntaktisch korrekt ist. (pro Feld maximal ein Zeichen)



Aufgabe 10

Implementiere die moderne Version des Algorithmus von Euklid in Python als Funktion mit dem Namen `ggt_neu(a, b)` und den formalen Parametern `a` und `b`. Die Funktion soll den berechneten ggT als Wert zurückgeben. Achte darauf, dass der Code syntaktisch korrekt ist. (pro Feld maximal ein Zeichen)

