

Aufgabe 1

Weg von $A(0,0)$ nach $B(2,4)$

- (a) Lineare Parametrisierung von A nach B für $t \in [0, 2]$:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ 2t \end{pmatrix}$$

- (b) Lineare Parametrisierung von A nach B mit $t \in [0, 1]$:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ 4t \end{pmatrix}$$

- (c) Parabelförmige Parametrisierung von A nach B mit $t \in [0, 2]$:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}$$

- (d) Parabelförmige Parametrisierung von A nach B mit $t \in [0, 1]$:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ (2t)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t \\ 4t^2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} -1 + 4t \\ 2 - 2t \\ 1 + 4t \end{pmatrix}, t \in [0, 1]$

(b) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} -1 + 2t \\ 2 - t \\ 1 + 2t \end{pmatrix}, t \in [0, 2]$

(c) Für (a) gilt $\dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ Für (b) gilt $\dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Die zweite Parametrisierung durchläuft die Strecke mit halber Geschwindigkeit.

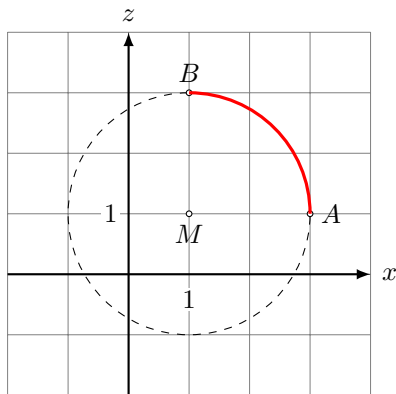
Aufgabe 3

(a) $\vec{r}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{r}(2) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

(b) Mit der Substitution $s = 2t$ erhält man $\vec{r}(s) = \begin{pmatrix} 2s \\ 4s^2 \\ 2s \end{pmatrix}, s \in [0, 1]$.

(c) $\dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2t \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4



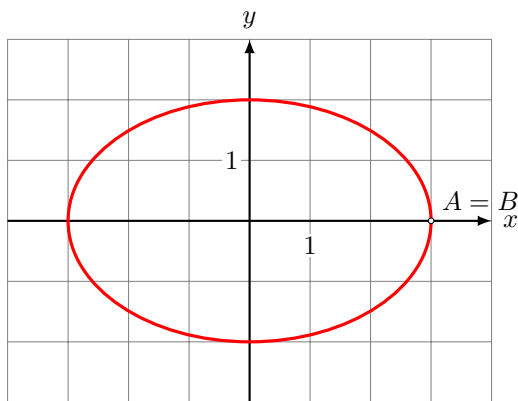
(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 2 \cos t \\ 0 \\ 1 + 2 \sin t \end{pmatrix}, t \in [0, \pi/2]$

(b) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 2 \cos(\pi t/2) \\ 0 \\ 1 + 2 \sin(\pi t/2) \end{pmatrix}, t \in [0, 1]$

(c) $\dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} -2 \sin t \\ 0 \\ 2 \cos t \end{pmatrix}$

Aufgabe 5

Ellipse in der Ebene $z = 2$:



(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 3 \cos t \\ 2 \sin t \\ 2 \end{pmatrix}, t \in [0, 2\pi]$

(b) $\vec{r}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{r}(2\pi)$

(c) Anfangs- und Endpunkt stimmen überein. Daher ist der Weg geschlossen.

Aufgabe 6

(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 2 \sin t \\ t \end{pmatrix}, t \in [0, 2\pi]$

(b) $\dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} -2 \sin t \\ 2 \cos t \\ 1 \end{pmatrix}$

(c) $\|\dot{\vec{r}}(t)\| = \sqrt{4 \sin^2 t + 4 \cos^2 t + 1} = \sqrt{4(\sin^2 t + \cos^2 t) + 1} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$

Aufgabe 7

(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 3t \\ -2 + 4t \\ 3 - 2t \end{pmatrix}$

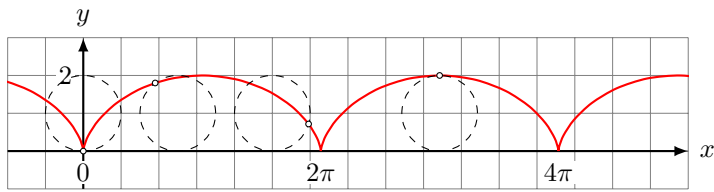
(b) $\vec{r}(2) = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$

(c) $\|\vec{v}\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$

Die Bahn ist eine Gerade. Das Teilchen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit vom Betrag $\sqrt{29}$.

Aufgabe 8

(a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t - \sin t \\ 1 - \cos t \end{pmatrix}, t \in [0, 2\pi]$



(b) $\vec{r}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{r}(2\pi) = \begin{pmatrix} 2\pi \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $\dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} 1 - \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$

- (d) Der Geschwindigkeitsvektor verschwindet genau dann, wenn beide Komponenten null sind. Dies ist für $t = 0$ und $t = 2\pi$ der Fall.