

Aufgabe 1

Ein Körper werde im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = \alpha \begin{pmatrix} -y \\ x \\ \beta/z \end{pmatrix}$ entlang der Raumkurve

$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ -t \\ \gamma \end{pmatrix}$ bewegt (α, β, γ seien Konstanten).

Welche Arbeit wird zwischen den Raumpunkten mit $t_1 = 1$ und $t_2 = 5$ verrichtet?

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Arbeit im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ -z \\ y \end{pmatrix}$ längs der Raumkurve

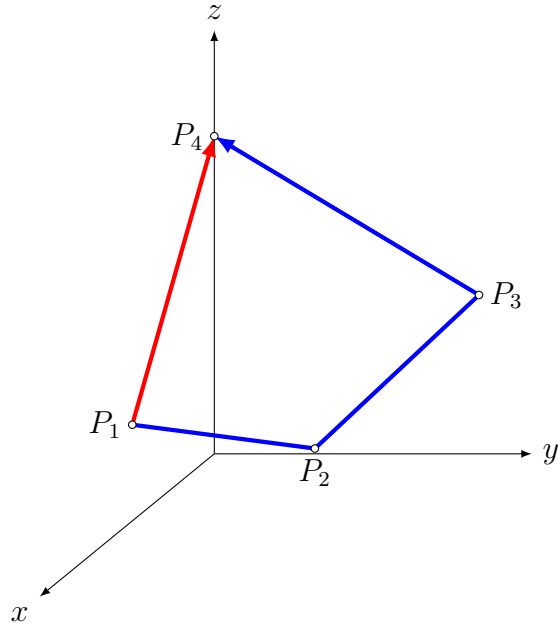
$\vec{r}(t) = \alpha \begin{pmatrix} -t \\ t \\ t^3 + t^2 \end{pmatrix}$ von $t = 0$ bis $t = 2$ (α, γ sind Konstanten).

Aufgabe 3

Im Feld $\vec{F}(\vec{r}) = a(z, x, -y)^\top$ soll die Arbeit entlang des Weges

$$P_1(1, -1, 1) \rightarrow P_2(2, 3, 1) \rightarrow P_3(0, 5, 3) \rightarrow P_4(0, 0, 6)$$

berechnet werden (siehe Abb. unten). Ferner soll geprüft werden, ob das Linienintegral von P_1 direkt nach P_4 den gleichen Wert ergibt.

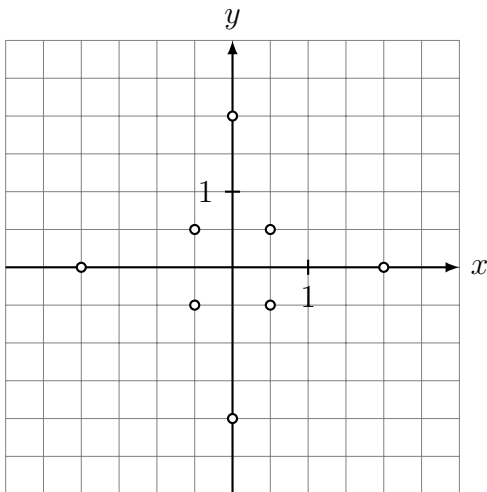


Aufgabe 4

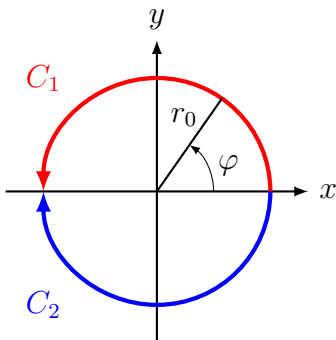
Gegeben sei das Kraftfeld $F(\vec{r}) = \frac{\vec{e}_3 \times \vec{r}}{\|\vec{e}_3 \times \vec{r}\|^2} \text{ J}$ mit $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(a) Vereinfachen Sie die Darstellung von $\vec{F}(\vec{r})$ indem Sie das Vektorprodukt berechnen.

(b) Skizzieren Sie Vektoren in den gekennzeichneten Punkten.



(c) Unten sind zwei halbkreisförmige Integrationswege in der xy -Ebene gezeichnet. Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der Wege C_1 und C_2 , wenn der Winkel φ als Parameter verwendet wird.



(d) Wie lautet das Kraftfeld in der Parameterdarstellung, als Funktion von r_0 und φ ?

(e) Berechnen Sie die Arbeit auf beiden Integrationswegen.

(f) Welchen Wert hat das Linienintegral über einen geschlossenen Umlauf?