

Vektoranalysis (Kapitel 2)

Übungen

Aufgabe 1

Um welche Art von Feld handelt es sich (Skalarfeld oder Vektorfeld), und ist es stationär und/oder homogen?

Hinweise: x , y und z sind Komponenten von $\vec{r}$. $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ und $\vec{e}_z$ sind Einheitsvektoren in x -, y - und z -Richtung. Alle Konstanten sind von Null verschieden.

(a) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$ (Q , $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$ konstant)

(b) $T(\vec{r}, t) = T_0 \sin(\alpha t^2) e^{-\beta\|\vec{r}\|}$ (T_0 , α , β konstant)

(c) $\vec{B}(\vec{r}) = \mu_r \vec{B}_0$ (μ_r , $\vec{B}_0$ konstant)

(d) $\vec{g}(\vec{r}) = -GM \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$ (G , M konstant)

(e) $\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$ (E_0 , ω konstant)

(f) $p(\vec{r}) = p_0 - \rho g z$ (p_0 , ρ , g konstant)

(g) $f(\vec{r}) = x^2 + y^2 + z^2$

(h) $\vec{A}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1

(a) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} \quad (Q, \epsilon = \epsilon_0\epsilon_r \text{ konstant})$

Feldtyp: Vektorfeld

stationär: ja

homogen: nein

Elektrisches Feld einer Punktladung: Das Feld hängt vom Ort ab, nicht aber explizit von der Zeit. Seine Richtung ist radial, und sein Betrag nimmt mit zunehmendem Abstand von der Punktladung ab.

(b) $T(\vec{r}, t) = T_0 \sin(\alpha t^2) e^{-\beta \|\vec{r}\|} \quad (T_0, \alpha, \beta \text{ konstant})$

Feldtyp: Skalarfeld

stationär: nein

homogen: nein

Orts- und zeitabhängiges Temperaturfeld

(c) $\vec{B}(\vec{r}) = \mu_r \vec{B}_0 \quad (\mu_r, \vec{B}_0 \text{ konstant})$

Feldtyp: Vektorfeld

stationär: ja

homogen: ja

Konstantes Magnetfeld: Die magnetische Flussdichte hängt weder von der

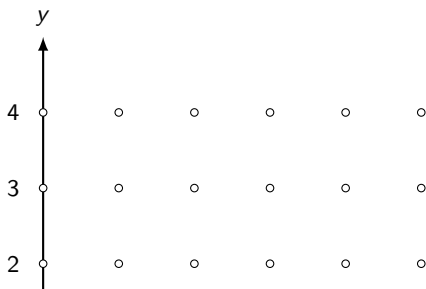
Aufgabe 2

Die Temperaturverteilung auf der ebenen Oberfläche eines Körpers werde durch das Temperaturfeld $T(\vec{r}) = ax - by$ beschrieben.

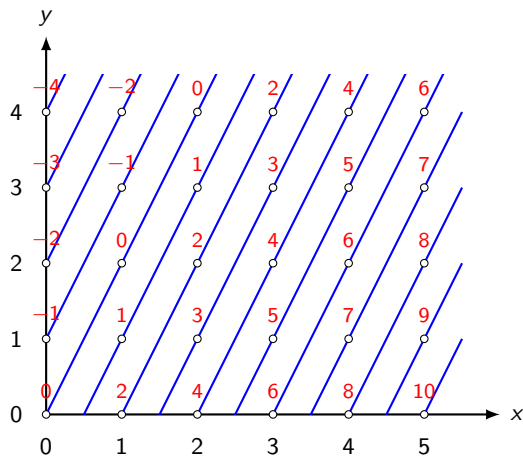
Dabei sind x und y Ortskoordinaten in Metern und es gilt

$$[a] = [b] = \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}.$$

- (a) Berechne für $a = 2$ und $b = 1$ die Temperaturen an den Rasterpunkten (i, j) mit $i \in \{0, 1, \dots, 5\}$ und $j \in \{0, 1, \dots, 4\}$. Trage die Werte ohne Einheit in die Grafik ein.
- (b) Zeichne die *Isolinien* des Temperaturfelds ein. Verbinde dazu Punkte mit gleicher Temperatur.



Aufgabe 2



Aufgabe 3

Aufgabe mit Vektorfeld

Aufgabe 3

Aufgabe 4

Aufgabe mit Vektorfeld

Aufgabe 4