

Aufgabe 8.1

Was ist die Determinante in der linearen Algebra?

Aufgabe 8.2

(a) $A = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}; \det(A) = ?$

(b) $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}; \det(B) = ?$

(c) $C = \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}; \det(C) = ?$

(d) Welche der obigen Matrizen sind invertierbar?

Aufgabe 8.3

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \det(A) = ?$

(b) $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \det(B) = ?$

(c) $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \det(C) = ?$

Aufgabe 8.4

Forme die Determinanten so lange um, bis sich keine Summen und Produkte mehr in den Matrizen befinden.

$$(a) \det \begin{pmatrix} x \cdot a & x \cdot b & x \cdot c \\ d & e & f \\ z \cdot g & z \cdot h & z \cdot i \end{pmatrix} =$$

$$(b) \det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d+x & e+y & f+z \\ g & h & i \end{pmatrix} =$$

Aufgabe 8.5

Bestimme die Determinanten durch „Hinsehen“.

$$(a) \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$(c) \det \begin{pmatrix} 3 & 2 & 9 & 6 \\ 0 & 1 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$(b) \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix} =$$

$$(d) \det \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -7 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 3 & 0 \\ 9 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Aufgabe 8.6

Gegeben sind die (3×3) -Matrizen A , B mit $\det(A) = 7$ und $\det(B) = -2$. Bestimme ...

$$(a) \det(A^{-1})$$

$$(b) \det(A^T)$$

$$(c) \det(2A)$$

$$(d) \det(A \cdot B)$$

Aufgabe 8.7

Bestimme die Determinante der Matrix, indem du sie mit elementaren Zeilenumformungen auf Dreiecksform bringst.

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 4 \\ 8 & 3 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 8.8

Berechne die Determinante mit dem Laplaceschen Entwicklungssatz (Kofaktorformel).

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{vmatrix} =$$

Aufgabe 8.9

Was ist eine *singuläre* Matrix?

Aufgabe 8.10

Was ist eine *regulär* Matrix?

Aufgabe 8.11

Für welche Werte von a ist die folgende Matrix nicht invertierbar?

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 6 & a & 0 \\ 7 & 8 & a \end{pmatrix}$$