

Aufgabe 5.1

$$(a) A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(b) B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow B^{-1} \text{ existiert nicht}$$

$$(c) C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5.2

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5.3

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = A^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5.4

$$(a) A + \mathbb{1} = A \quad \text{falsch}$$

$$(b) (A + B)C = AC + BC \quad \text{wahr}$$

$$(c) A^0 = \mathbb{1} \quad \text{wahr}$$

$$(d) (A^T)^T = A \quad \text{wahr}$$

Aufgabe 5.5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A \Rightarrow \text{idempotent}$$

Aufgabe 5.6

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A \Rightarrow k = 2$$

Aufgabe 5.7

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}; A^2 = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}; A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow k = 3$$

Aufgabe 5.8

$$(a) B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(b) C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(c) B ist *symmetrisch* ($B = B^T$) und C ist *antisymmetrisch* ($C = -C^T$)