

Kegelschnitte (Transformationen)

Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1

Der Kegelschnitt k : $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1$ wird an der Geraden $y = x$ gespiegelt.

Gib die Gleichung der gespiegelten Kurve k' an.

Aufgabe 1

$$k: \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1 \quad (\text{Hyperbel, } \varphi = 0^\circ)$$

Aufgabe 1

$$k: \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1 \quad (\text{Hyperbel, } \varphi = 0^\circ)$$

Spiegeln an $y = x$: $x \leftrightarrow y$

Aufgabe 1

$$k: \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1 \quad (\text{Hyperbel, } \varphi = 0^\circ)$$

Spiegeln an $y = x$: $x \leftrightarrow y$

$$k': \frac{y^2}{100} - \frac{x^2}{36} = 1 \quad (\text{Hyperbel, } \varphi = 90^\circ)$$

Aufgabe 2

Der Kegelschnitt k : $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ wird um 4 nach rechts und um 4 nach unten verschoben.

Gib die Gleichung der neuen Kurve k' an.

Aufgabe 2

$$k: \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1 \quad (\text{Ellipse, } \varphi = 0^\circ)$$

Aufgabe 2

$$k: \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1 \quad (\text{Ellipse, } \varphi = 0^\circ)$$

Translationen: $x \rightarrow (x - 4)$, $y \rightarrow (y + 4)$

Aufgabe 2

$$k: \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1 \quad (\text{Ellipse, } \varphi = 0^\circ)$$

Translationen: $x \rightarrow (x - 4)$, $y \rightarrow (y + 4)$

$$k': \frac{(x - 4)^2}{64} + \frac{(y + 4)^2}{36} = 1 \quad (\text{Ellipse, } \varphi = 0^\circ)$$

Aufgabe 3

Der Kegelschnitt $k: y^2 = 26x$ wird an der y -Achse gespiegelt. Gib die Gleichung der neuen Kurve an.

Aufgabe 3

$$k: y^2 = 26x \quad (\text{Parabel}, \varphi = 0^\circ)$$

Aufgabe 3

$$k: y^2 = 26x \quad (\text{Parabel}, \varphi = 0^\circ)$$

Spiegeln an y -Achse: $x \rightarrow (-x)$

Aufgabe 3

$$k: y^2 = 26x \quad (\text{Parabel}, \varphi = 0^\circ)$$

Spiegeln an y -Achse: $x \rightarrow (-x)$

$$k': y^2 = 26(-x) = -26x \quad (\text{Parabel}, \varphi = 180^\circ)$$

Aufgabe 4

Der Kegelschnitt $k: y^2 = 36x$ wird mit dem Faktor 5 in x -Richtung und mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ in y Richtung skaliert. Gib die Gleichung der neuen Kurve k' in der Normalform an.

Aufgabe 4

$$k: y^2 = 36x \quad (\text{Parabel, } \varphi = 0^\circ)$$

Aufgabe 4

$$k: y^2 = 36x \quad (\text{Parabel}, \varphi = 0^\circ)$$

Strecken mit Faktor 5 in x -Richtung: $x \rightarrow \frac{1}{5}x$

Strecken mit Faktor $\frac{1}{2}$ in y -Richtung: $y \rightarrow 2x$

Aufgabe 4

$$k: y^2 = 36x \quad (\text{Parabel}, \varphi = 0^\circ)$$

Strecken mit Faktor 5 in x -Richtung: $x \rightarrow \frac{1}{5}x$

Strecken mit Faktor $\frac{1}{2}$ in y -Richtung: $y \rightarrow 2x$

$$(2y)^2 = 36\left(\frac{1}{5}x\right)$$

$$4y^2 = \frac{36}{5}x \quad || : 4$$

$$k': y^2 = \frac{9}{5}x \quad (\text{Parabel}, \varphi = 0^\circ)$$

Aufgabe 5

Wie lauten die Gleichungen der folgenden Kegelschnitte?

- (a) Hyperbel nach links und rechts geöffnet, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$
- (b) Ellipse, $M(-4, -6)$, $a = 6$, $b = 8$
- (c) Parabel, nach links geöffnet, $S(-4, 0)$, $p = -3$
- (d) Parabel, nach oben geöffnet, $S(-4; 0)$, $p = 3$

Aufgabe 5

(a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

Aufgabe 5

(a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

$$\frac{(x - 6)^2}{144} - \frac{y + 10}{25} = 1$$

Aufgabe 5

(a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

$$\frac{(x - 6)^2}{144} - \frac{y + 10}{25} = 1$$

(b) Ellipse, $M(-4, -6)$, $a = 6$, $b = 8$

Aufgabe 5

- (a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

$$\frac{(x - 6)^2}{144} - \frac{y + 10}{25} = 1$$

- (b) Ellipse, $M(-4, -6)$, $a = 6$, $b = 8$

$$\frac{(x + 4)^2}{36} + \frac{y + 6}{64} = 1, \varphi = 90^\circ$$

Aufgabe 5

- (a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

$$\frac{(x - 6)^2}{144} - \frac{y + 10}{25} = 1$$

- (b) Ellipse, $M(-4, -6)$, $a = 6$, $b = 8$

$$\frac{(x + 4)^2}{36} + \frac{y + 6}{64} = 1, \varphi = 90^\circ$$

- (c) Parabel, $\varphi = 180^\circ$, $S(-4, 0)$, $p = 3$

Aufgabe 5

- (a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

$$\frac{(x - 6)^2}{144} - \frac{y + 10}{25} = 1$$

- (b) Ellipse, $M(-4, -6)$, $a = 6$, $b = 8$

$$\frac{(x + 4)^2}{36} + \frac{y + 6}{64} = 1, \varphi = 90^\circ$$

- (c) Parabel, $\varphi = 180^\circ$, $S(-4, 0)$, $p = 3$

$$y^2 = -6(x + 4)$$

Aufgabe 5

- (a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

$$\frac{(x - 6)^2}{144} - \frac{y + 10}{25} = 1$$

- (b) Ellipse, $M(-4, -6)$, $a = 6$, $b = 8$

$$\frac{(x + 4)^2}{36} + \frac{y + 6}{64} = 1, \varphi = 90^\circ$$

- (c) Parabel, $\varphi = 180^\circ$, $S(-4, 0)$, $p = 3$

$$y^2 = -6(x + 4)$$

- (d) Parabel, $\varphi = 90^\circ$, $S(-4; 0)$, $p = 3$

Aufgabe 5

- (a) Hyperbel, $\varphi = 0^\circ$, $M(6, -10)$, $a = 12$, $c = 13$

$$\frac{(x - 6)^2}{144} - \frac{y + 10}{25} = 1$$

- (b) Ellipse, $M(-4, -6)$, $a = 6$, $b = 8$

$$\frac{(x + 4)^2}{36} + \frac{y + 6}{64} = 1, \varphi = 90^\circ$$

- (c) Parabel, $\varphi = 180^\circ$, $S(-4, 0)$, $p = 3$

$$y^2 = -6(x + 4)$$

- (d) Parabel, $\varphi = 90^\circ$, $S(-4; 0)$, $p = 3$

$$(x + 4)^2 = 6y$$

Aufgabe 6

Welcher Kegelschnitt wird durch die folgende Gleichung dargestellt? Gib die wichtigsten Kenngrößen des Kegelschnitts an.

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

$$4(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 11$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

$$4(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + \textcolor{red}{1} - \textcolor{red}{1}) + (y^2 - 2y + \textcolor{red}{1} - \textcolor{red}{1}) = 11$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

$$4(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + \textcolor{red}{1} - \textcolor{red}{1}) + (y^2 - 2y + \textcolor{red}{1} - \textcolor{red}{1}) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + \textcolor{red}{1}) - 4 \cdot \textcolor{red}{1} + (y^2 - 2y + \textcolor{red}{1}) - \textcolor{red}{1} = 11$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

$$4(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 - 2y + 1 - 1) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1) - 4 \cdot 1 + (y^2 - 2y + 1) - 1 = 11$$

$$4(x - 1)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 = 11$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

$$4(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 - 2y + 1 - 1) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1) - 4 \cdot 1 + (y^2 - 2y + 1) - 1 = 11$$

$$4(x - 1)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 = 11$$

$$4(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16 \quad || : 16$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

$$4(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 - 2y + 1 - 1) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1) - 4 \cdot 1 + (y^2 - 2y + 1) - 1 = 11$$

$$4(x - 1)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 = 11$$

$$4(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16 \quad || : 16$$

$$\frac{(x - 1)^2}{4} + \frac{(y - 1)^2}{16} = 1$$

Aufgabe 6

$$4x^2 + y^2 - 8x - 2y = 11$$

$$4(x^2 - 2x) + (y^2 - 2y) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 - 2y + 1 - 1) = 11$$

$$4(x^2 - 2x + 1) - 4 \cdot 1 + (y^2 - 2y + 1) - 1 = 11$$

$$4(x - 1)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 = 11$$

$$4(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16 \quad || : 16$$

$$\frac{(x - 1)^2}{4} + \frac{(y - 1)^2}{16} = 1$$

Ellipse, $M(1, 1)$, $a = 2$, $b = 4$, $\varphi = 90^\circ$

Aufgabe 7

Welcher Kegelschnitt wird durch die folgende Gleichung dargestellt? Gib die wichtigsten Kenngrößen des Kegelschnitts an.

$$x^2 + 6x - 4y + 17 = 0$$

Aufgabe 7

$$x^2 + 6x - 4y + 17 = 0$$

Aufgabe 7

$$x^2 + 6x - 4y + 17 = 0$$

$$x^2 + 6x + \textcolor{red}{9} - \textcolor{red}{9} = 4y - 17$$

Aufgabe 7

$$x^2 + 6x - 4y + 17 = 0$$

$$x^2 + 6x + \textcolor{red}{9} - \textcolor{red}{9} = 4y - 17$$

$$(x + 3)^2 = 4y - 8$$

Aufgabe 7

$$x^2 + 6x - 4y + 17 = 0$$

$$x^2 + 6x + \textcolor{red}{9} - \textcolor{red}{9} = 4y - 17$$

$$(x + 3)^2 = 4y - 8$$

$$(x + 3)^2 - = 4(y - 2)$$

Aufgabe 7

$$x^2 + 6x - 4y + 17 = 0$$

$$x^2 + 6x + \textcolor{red}{9} - \textcolor{red}{9} = 4y - 17$$

$$(x + 3)^2 = 4y - 8$$

$$(x + 3)^2 - = 4(y - 2)$$

Parabel, $S(-3, 2)$, $p = 4/2 = 2$, $\varphi = 90^\circ$

Aufgabe 8

Welcher Kegelschnitt wird durch die folgende Gleichung dargestellt? Gib die wichtigsten Kenngrößen des Kegelschnitts an.

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

Aufgabe 8

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

Aufgabe 8

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

$$4(x^2 - 5x) + 4(y^2 + 12y) = -9$$

Aufgabe 8

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

$$4(x^2 - 5x) + 4(y^2 + 12y) = -9$$

$$4\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 4\left(y^2 + 3y + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) = -9$$

Aufgabe 8

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

$$4(x^2 - 5x) + 4(y^2 + 12y) = -9$$

$$4\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 4\left(y^2 + 3y + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) = -9$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 25 + 4\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 - 9 = -9$$

Aufgabe 8

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

$$4(x^2 - 5x) + 4(y^2 + 12y) = -9$$

$$4\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 4\left(y^2 + 3y + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) = -9$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 25 + 4\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 - 9 = -9$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 25$$

Aufgabe 8

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

$$4(x^2 - 5x) + 4(y^2 + 12y) = -9$$

$$4\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 4\left(y^2 + 3y + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) = -9$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 25 + 4\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 - 9 = -9$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 25$$

$$\frac{\left(x + \frac{5}{2}\right)^2}{\frac{25}{4}} + \frac{\left(y - \frac{5}{2}\right)^2}{\frac{25}{4}} = 1$$

Aufgabe 8

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 12y + 9 = 0$$

$$4(x^2 - 5x) + 4(y^2 + 12y) = -9$$

$$4\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 4\left(y^2 + 3y + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) = -9$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 25 + 4\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 - 9 = -9$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 25$$

$$\frac{\left(x + \frac{5}{2}\right)^2}{\frac{25}{4}} + \frac{\left(y - \frac{5}{2}\right)^2}{\frac{25}{4}} = 1$$

Kreis, $M\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right) = M(2.5, -1.5)$, $r = \frac{5}{2} = 2.5$

Aufgabe 9

Welcher Kegelschnitt wird durch die folgende Gleichung dargestellt? Gib die wichtigsten Kenngrößen des Kegelschnitts an.

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

Aufgabe 9

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

Aufgabe 9

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

$$(x^2 + 4x) - (y^2 - 10y) = -4$$

Aufgabe 9

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

$$(x^2 + 4x) - (y^2 - 10y) = -4$$

$$(x^2 + 4x + 4 - 4) - (y^2 - 10y + 25 - 25) = -4$$

Aufgabe 9

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

$$(x^2 + 4x) - (y^2 - 10y) = -4$$

$$(x^2 + 4x + 4 - 4) - (y^2 - 10y + 25 - 25) = -4$$

$$(x + 2)^2 - 4 - (y - 5)^2 + 25 = -4$$

Aufgabe 9

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

$$(x^2 + 4x) - (y^2 - 10y) = -4$$

$$(x^2 + 4x + 4 - 4) - (y^2 - 10y + 25 - 25) = -4$$

$$(x + 2)^2 - 4 - (y - 5)^2 + 25 = -4$$

$$(x + 2)^2 - (y - 5)^2 = -25 \quad || : (-25)$$

Aufgabe 9

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

$$(x^2 + 4x) - (y^2 - 10y) = -4$$

$$(x^2 + 4x + 4 - 4) - (y^2 - 10y + 25 - 25) = -4$$

$$(x + 2)^2 - 4 - (y - 5)^2 + 25 = -4$$

$$(x + 2)^2 - (y - 5)^2 = -25 \quad || : (-25)$$

$$\frac{(y - 5)^2}{25} - \frac{(x + 2)^2}{25} = 1$$

Aufgabe 9

$$x^2 - y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

$$(x^2 + 4x) - (y^2 - 10y) = -4$$

$$(x^2 + 4x + 4 - 4) - (y^2 - 10y + 25 - 25) = -4$$

$$(x + 2)^2 - 4 - (y - 5)^2 + 25 = -4$$

$$(x + 2)^2 - (y - 5)^2 = -25 \quad || : (-25)$$

$$\frac{(y - 5)^2}{25} - \frac{(x + 2)^2}{25} = 1$$

Hyperbel, $M(-2, 5)$, $a = b = 5$, $\varphi = 90^\circ$

Aufgabe 10

Welcher Kegelschnitt wird durch die folgende Gleichung dargestellt? Gib die wichtigsten Kenngrößen des Kegelschnitts an.

$$y^2 - 2x + 20y + 92 = 0$$

Aufgabe 10

$$y^2 - 2x + 20y + 92 = 0$$

Aufgabe 10

$$y^2 - 2x + 20y + 92 = 0$$

$$y^2 + 20y = 2x - 92$$

Aufgabe 10

$$y^2 - 2x + 20y + 92 = 0$$

$$y^2 + 20y = 2x - 92$$

$$y^2 + 20y + \textcolor{red}{100} - \textcolor{red}{100} = 2x - 92$$

Aufgabe 10

$$y^2 - 2x + 20y + 92 = 0$$

$$y^2 + 20y = 2x - 92$$

$$y^2 + 20y + \textcolor{red}{100} - \textcolor{red}{100} = 2x - 92$$

$$(y + 10)^2 = 2x + 8$$

Aufgabe 10

$$y^2 - 2x + 20y + 92 = 0$$

$$y^2 + 20y = 2x - 92$$

$$y^2 + 20y + \textcolor{red}{100} - \textcolor{red}{100} = 2x - 92$$

$$(y + 10)^2 = 2x + 8$$

$$(y + 10)^2 = 2(x + 4)$$

Aufgabe 10

$$y^2 - 2x + 20y + 92 = 0$$

$$y^2 + 20y = 2x - 92$$

$$y^2 + 20y + \textcolor{red}{100} - \textcolor{red}{100} = 2x - 92$$

$$(y + 10)^2 = 2x + 8$$

$$(y + 10)^2 = 2(x + 4)$$

Parabel, $S(-4, -10)$, $p = 2/2 = 1$, $\varphi = 0^\circ$

Aufgabe 11

Welcher Kegelschnitt wird durch die folgende Gleichung dargestellt? Gib die wichtigsten Kenngrößen des Kegelschnitts an.

$$3x^2 + y^2 - 42x + 4y + 139 = 0$$

Aufgabe 11

$$3x^2 + y^2 - 42x + 4y + 139 = 0$$

Aufgabe 11

$$3x^2 + y^2 - 42x + 4y + 139 = 0$$

$$3(x^2 - 14x + 49 - 49) + (y^2 + 4y + 4 - 4) = -139$$

Aufgabe 11

$$3x^2 + y^2 - 42x + 4y + 139 = 0$$

$$3(x^2 - 14x + 49 - 49) + (y^2 + 4y + 4 - 4) = -139$$

$$3(x - 7)^2 - 147 + (y + 2)^2 - 4 = -139$$

Aufgabe 11

$$3x^2 + y^2 - 42x + 4y + 139 = 0$$

$$3(x^2 - 14x + 49 - 49) + (y^2 + 4y + 4 - 4) = -139$$

$$3(x - 7)^2 - 147 + (y + 2)^2 - 4 = -139$$

$$3(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 12$$

Aufgabe 11

$$3x^2 + y^2 - 42x + 4y + 139 = 0$$

$$3(x^2 - 14x + 49 - 49) + (y^2 + 4y + 4 - 4) = -139$$

$$3(x - 7)^2 - 147 + (y + 2)^2 - 4 = -139$$

$$3(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 12$$

$$\frac{(x - 7)^2}{4} + \frac{(y + 2)^2}{12} = 1$$

Aufgabe 11

$$3x^2 + y^2 - 42x + 4y + 139 = 0$$

$$3(x^2 - 14x + 49 - 49) + (y^2 + 4y + 4 - 4) = -139$$

$$3(x - 7)^2 - 147 + (y + 2)^2 - 4 = -139$$

$$3(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 12$$

$$\frac{(x - 7)^2}{4} + \frac{(y + 2)^2}{12} = 1$$

Ellipse, $M(7, -2)$, $a = 2$, $b = 2\sqrt{3}$, $c = 4$, $\varphi = 90^\circ$

Aufgabe 12

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$16x^2 + 25y^2 - 64x + 150y - 111 = 0$$

Aufgabe 12

$$16x^2 + 25y^2 - 64x + 150y - 111 = 0$$

Aufgabe 12

$$16x^2 + 25y^2 - 64x + 150y - 111 = 0$$

$$16(x^2 - 4x + 4 - 4) + 25(y^2 + 6y + 9 - 9) = 111$$

Aufgabe 12

$$16x^2 + 25y^2 - 64x + 150y - 111 = 0$$

$$16(x^2 - 4x + 4 - 4) + 25(y^2 + 6y + 9 - 9) = 111$$

$$16(x - 2)^2 - 64 + 25(y + 3)^2 - 225 = 111$$

Aufgabe 12

$$16x^2 + 25y^2 - 64x + 150y - 111 = 0$$

$$16(x^2 - 4x + 4 - 4) + 25(y^2 + 6y + 9 - 9) = 111$$

$$16(x - 2)^2 - 64 + 25(y + 3)^2 - 225 = 111$$

$$16(x - 2)^2 + 25(y + 3)^2 = 400$$

Aufgabe 12

$$16x^2 + 25y^2 - 64x + 150y - 111 = 0$$

$$16(x^2 - 4x + 4 - 4) + 25(y^2 + 6y + 9 - 9) = 111$$

$$16(x - 2)^2 - 64 + 25(y + 3)^2 - 225 = 111$$

$$16(x - 2)^2 + 25(y + 3)^2 = 400$$

$$\frac{(x - 2)^2}{25} + \frac{(y + 3)^2}{16} = 1$$

Aufgabe 12

$$16x^2 + 25y^2 - 64x + 150y - 111 = 0$$

$$16(x^2 - 4x + 4 - 4) + 25(y^2 + 6y + 9 - 9) = 111$$

$$16(x - 2)^2 - 64 + 25(y + 3)^2 - 225 = 111$$

$$16(x - 2)^2 + 25(y + 3)^2 = 400$$

$$\frac{(x - 2)^2}{25} + \frac{(y + 3)^2}{16} = 1$$

Ellipse, $M(2, -3)$; $\varphi = 0^\circ$; $a = 5$, $b = 4$, $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 3$;
 $F_1(5, -3)$, $F_2(-1, -3)$

Aufgabe 13

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$5x^2 + y^2 - 50x + 8y + 121 = 0$$

Aufgabe 13

$$5x^2 + y^2 - 50x + 8y + 121 = 0$$

Aufgabe 13

$$5x^2 + y^2 - 50x + 8y + 121 = 0$$

$$5(x^2 - 10x + 25 - 25) + (y^2 - 8y + 16 - 16) = -121$$

Aufgabe 13

$$5x^2 + y^2 - 50x + 8y + 121 = 0$$

$$5(x^2 - 10x + 25 - 25) + (y^2 - 8y + 16 - 16) = -121$$

$$5(x - 5)^2 - 125 + (y - 4)^2 - 16 = -121$$

Aufgabe 13

$$5x^2 + y^2 - 50x + 8y + 121 = 0$$

$$5(x^2 - 10x + 25 - 25) + (y^2 - 8y + 16 - 16) = -121$$

$$5(x - 5)^2 - 125 + (y - 4)^2 - 16 = -121$$

$$5(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 20$$

Aufgabe 13

$$5x^2 + y^2 - 50x + 8y + 121 = 0$$

$$5(x^2 - 10x + 25 - 25) + (y^2 - 8y + 16 - 16) = -121$$

$$5(x - 5)^2 - 125 + (y - 4)^2 - 16 = -121$$

$$5(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 20$$

$$\frac{(x - 5)^2}{4} + \frac{(y - 4)^2}{20} = 1$$

Aufgabe 13

$$5x^2 + y^2 - 50x + 8y + 121 = 0$$

$$5(x^2 - 10x + 25 - 25) + (y^2 - 8y + 16 - 16) = -121$$

$$5(x - 5)^2 - 125 + (y - 4)^2 - 16 = -121$$

$$5(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 20$$

$$\frac{(x - 5)^2}{4} + \frac{(y - 4)^2}{20} = 1$$

Ellipse; $M(5, -4)$; $\varphi = 90^\circ$; $a = 2\sqrt{5}$, $b = 2$, $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$;
 $F_1(5, 0)$, $F_2(5, -8)$

Aufgabe 14

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 66 = 0$$

Aufgabe 14

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 66 = 0$$

Aufgabe 14

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 66 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -66$$

Aufgabe 14

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 66 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -66$$

$$2(x - 3)^2 - 18 + 3(y + 4)^2 - 48 = -66$$

Aufgabe 14

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 66 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -66$$

$$2(x - 3)^2 - 18 + 3(y + 4)^2 - 48 = -66$$

$$2(x - 3)^2 + 3(y + 4)^2 = 0$$

Aufgabe 14

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 66 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -66$$

$$2(x - 3)^2 - 18 + 3(y + 4)^2 - 48 = -66$$

$$2(x - 3)^2 + 3(y + 4)^2 = 0$$

Punkt $M(3, -4)$

Aufgabe 15

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 70 = 0$$

Aufgabe 15

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 70 = 0$$

Aufgabe 15

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 70 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -70$$

Aufgabe 15

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 70 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -70$$

$$2(x - 3)^2 - 18 + 3(y + 4)^2 - 48 = -70$$

Aufgabe 15

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 70 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -70$$

$$2(x - 3)^2 - 18 + 3(y + 4)^2 - 48 = -70$$

$$2(x - 3)^2 + 3(y + 4)^2 = -4$$

Aufgabe 15

$$2x^2 + 3y^2 - 12x + 24y + 70 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 3(y^2 + 8y + 16 - 16) = -70$$

$$2(x - 3)^2 - 18 + 3(y + 4)^2 - 48 = -70$$

$$2(x - 3)^2 + 3(y + 4)^2 = -4$$

{ }

Aufgabe 16

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$$

Aufgabe 16

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$$

Aufgabe 16

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$$

$$9(x^2 - 6x + 9 - 9) - 16(y^2 + 8y + 16 - 16) = 319$$

Aufgabe 16

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$$

$$9(x^2 - 6x + 9 - 9) - 16(y^2 + 8y + 16 - 16) = 319$$

$$9(x - 3)^2 - 81 - 16(y - 4)^2 + 256 = 319$$

Aufgabe 16

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$$

$$9(x^2 - 6x + 9 - 9) - 16(y^2 + 8y + 16 - 16) = 319$$

$$9(x - 3)^2 - 81 - 16(y - 4)^2 + 256 = 319$$

$$9(x - 3)^2 - 16(y - 4)^2 = 144$$

Aufgabe 16

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$$

$$9(x^2 - 6x + 9 - 9) - 16(y^2 + 8y + 16 - 16) = 319$$

$$9(x - 3)^2 - 81 - 16(y - 4)^2 + 256 = 319$$

$$9(x - 3)^2 - 16(y - 4)^2 = 144$$

$$\frac{(x - 3)^2}{16} - \frac{(y - 4)^2}{9} = 1$$

Aufgabe 16

$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$$

$$9(x^2 - 6x + 9 - 9) - 16(y^2 + 8y + 16 - 16) = 319$$

$$9(x - 3)^2 - 81 - 16(y - 4)^2 + 256 = 319$$

$$9(x - 3)^2 - 16(y - 4)^2 = 144$$

$$\frac{(x - 3)^2}{16} - \frac{(y - 4)^2}{9} = 1$$

Hyperbel; $M(3, -4)$; $\varphi = 0^\circ$; $a = 4$, $b = 3$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 5$
 $F_1(8, -4)$, $F_2(-2, -4)$

Aufgabe 17

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$3x^2 - y^2 + 24x + 4y + 56 = 0$$

Aufgabe 17

$$3x^2 - y^2 + 24x + 4y + 56 = 0$$

Aufgabe 17

$$3x^2 - y^2 + 24x + 4y + 56 = 0$$

$$3(x^2 + 8x + 16 - 16) - (y^2 - 4y + 4 - 4) = -56$$

Aufgabe 17

$$3x^2 - y^2 + 24x + 4y + 56 = 0$$

$$3(x^2 + 8x + 16 - 16) - (y^2 - 4y + 4 - 4) = -56$$

$$3(x + 4)^2 - 48 - (y - 2)^2 + 4 = -56$$

Aufgabe 17

$$3x^2 - y^2 + 24x + 4y + 56 = 0$$

$$3(x^2 + 8x + 16 - 16) - (y^2 - 4y + 4 - 4) = -56$$

$$3(x + 4)^2 - 48 - (y - 2)^2 + 4 = -56$$

$$3(x + 4)^2 - (y - 2)^2 = -12 \quad || : (-12)$$

Aufgabe 17

$$3x^2 - y^2 + 24x + 4y + 56 = 0$$

$$3(x^2 + 8x + 16 - 16) - (y^2 - 4y + 4 - 4) = -56$$

$$3(x + 4)^2 - 48 - (y - 2)^2 + 4 = -56$$

$$3(x + 4)^2 - (y - 2)^2 = -12 \quad || : (-12)$$

$$\frac{(y - 2)^2}{12} - \frac{(x + 4)^2}{4} = 1$$

Aufgabe 17

$$3x^2 - y^2 + 24x + 4y + 56 = 0$$

$$3(x^2 + 8x + 16 - 16) - (y^2 - 4y + 4 - 4) = -56$$

$$3(x + 4)^2 - 48 - (y - 2)^2 + 4 = -56$$

$$3(x + 4)^2 - (y - 2)^2 = -12 \quad || : (-12)$$

$$\frac{(y - 2)^2}{12} - \frac{(x + 4)^2}{4} = 1$$

Hyperbel; $M(-4, 2)$; $\varphi = 90^\circ$; $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 4$;
 $F_1(-4, 6)$, $F_2(-4, -2)$

Aufgabe 18

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 36 - 9(y - 4)^2 - 144 = 108$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 36 - 9(y - 4)^2 - 144 = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 9(y - 4)^2 = 0$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 36 - 9(y - 4)^2 - 144 = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 9(y - 4)^2 = 0$$

$$4(x - 3)^2 = 9(y - 4)^2$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 36 - 9(y - 4)^2 - 144 = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 9(y - 4)^2 = 0$$

$$4(x - 3)^2 = 9(y - 4)^2$$

$$2(x - 3) = \pm 3(y - 4)$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 36 - 9(y - 4)^2 - 144 = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 9(y - 4)^2 = 0$$

$$4(x - 3)^2 = 9(y - 4)^2$$

$$2(x - 3) = \pm 3(y - 4)$$

$$2x - 6 = 3y - 12$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 36 - 9(y - 4)^2 - 144 = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 9(y - 4)^2 = 0$$

$$4(x - 3)^2 = 9(y - 4)^2$$

$$2(x - 3) = \pm 3(y - 4)$$

$$2x - 6 = 3y - 12$$

$$2x - 6 = -3y + 12$$

Aufgabe 18

$$4x^2 - 9y^2 - 24x - 72y - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 - 8x + 16 - 16) = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 36 - 9(y - 4)^2 - 144 = 108$$

$$4(x - 3)^2 - 9(y - 4)^2 = 0$$

$$4(x - 3)^2 = 9(y - 4)^2$$

$$2(x - 3) = \pm 3(y - 4)$$

$$2x - 6 = 3y - 12$$

$$2x - 6 = -3y + 12$$

zwei Geraden; $2x + 3y + 6 = 0$, $2x - 3y - 18 = 0$

Aufgabe 19

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

Aufgabe 19

$$y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

Aufgabe 19

$$y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

$$(y^2 - 6y + 9 - 9) = 4x - 17$$

Aufgabe 19

$$y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

$$(y^2 - 6x + 9 - 9) = 4x - 17$$

$$(y - 3)^2 - 9 = 4x - 17$$

Aufgabe 19

$$y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

$$(y^2 - 6x + 9 - 9) = 4x - 17$$

$$(y - 3)^2 - 9 = 4x - 17$$

$$(y - 3)^2 = 4x - 8$$

Aufgabe 19

$$y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

$$(y^2 - 6x + 9 - 9) = 4x - 17$$

$$(y - 3)^2 - 9 = 4x - 17$$

$$(y - 3)^2 = 4x - 8$$

$$(y - 3)^2 = 4(x - 2)$$

Aufgabe 19

$$y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

$$(y^2 - 6x + 9 - 9) = 4x - 17$$

$$(y - 3)^2 - 9 = 4x - 17$$

$$(y - 3)^2 = 4x - 8$$

$$(y - 3)^2 = 4(x - 2)$$

Parabel; $\varphi = 0^\circ$; $S(2, 3)$; $p = 4/2 = 2$; $F(3, 3)$

Aufgabe 20

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$y^2 + 5x - 3y - 16 = 0$$

Aufgabe 20

$$y^2 + 5x - 3y - 16 = 0$$

Aufgabe 20

$$y^2 + 5x - 3y - 16 = 0$$

$$(y^2 - 3y + 2.25 - 2.25) = -5x + 16$$

Aufgabe 20

$$y^2 + 5x - 3y - 16 = 0$$

$$(y^2 - 3y + 2.25 - 2.25) = -5x + 16$$

$$(y - 1.5)^2 = -5x + 18.25$$

Aufgabe 20

$$y^2 + 5x - 3y - 16 = 0$$

$$(y^2 - 3y + 2.25 - 2.25) = -5x + 16$$

$$(y - 1.5)^2 = -5x + 18.25$$

$$(y - 1.5)^2 = -5(x + 3.65)$$

Aufgabe 20

$$y^2 + 5x - 3y - 16 = 0$$

$$(y^2 - 3y + 2.25 - 2.25) = -5x + 16$$

$$(y - 1.5)^2 = -5x + 18.25$$

$$(y - 1.5)^2 = -5(x + 3.65)$$

Parabel; $\varphi = 180^\circ$; $S(3.65, 1.5)$; $p = -5/2 = -2.5$; $F(2.4, 1.5)$

Aufgabe 21

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x^2 + x + 0.25 - 0.25) = 6$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x^2 + x + 0.25 - 0.25) = 6$$

$$(x + 0.5)^2 - 0.25 = 6$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x^2 + x + 0.25 - 0.25) = 6$$

$$(x + 0.5)^2 - 0.25 = 6$$

$$(x + 0.5)^2 = 6.25$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x^2 + x + 0.25 - 0.25) = 6$$

$$(x + 0.5)^2 - 0.25 = 6$$

$$(x + 0.5)^2 = 6.25$$

$$x + 0.5 = \pm 2.5$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x^2 + x + 0.25 - 0.25) = 6$$

$$(x + 0.5)^2 - 0.25 = 6$$

$$(x + 0.5)^2 = 6.25$$

$$x + 0.5 = \pm 2.5$$

$$x_1 = 2$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x^2 + x + 0.25 - 0.25) = 6$$

$$(x + 0.5)^2 - 0.25 = 6$$

$$(x + 0.5)^2 = 6.25$$

$$x + 0.5 = \pm 2.5$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -3$$

Aufgabe 21

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x^2 + x + 0.25 - 0.25) = 6$$

$$(x + 0.5)^2 - 0.25 = 6$$

$$(x + 0.5)^2 = 6.25$$

$$x + 0.5 = \pm 2.5$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -3$$

zwei parallele Geraden $x = -3, x = 2$

Aufgabe 22

Untersuche den Kegelschnitt. Bestimme Typ, Mittelpunkt oder Scheitelpunkt, Hauptachsenrichtung, Halbachsen, Brennpunkt(e).

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

Aufgabe 22

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

Aufgabe 22

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

Aufgabe 22

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

Aufgabe 22

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

Gerade; $x = 1$