Aufgabe 1

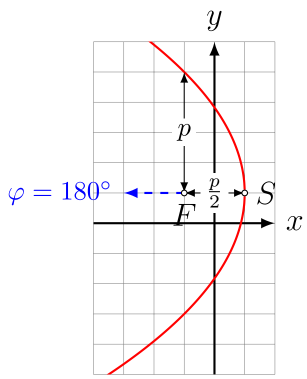
$$
\begin{aligned}
y^2 - 2y + 8x - 7 &= 0 \\
(y^2 - 2y + 1 - 1) &= -8x + 7 \\
(y-1)^2 - 1 &= -8x + 7 \\
(y-1)^2 &= -8x + 8 \\
(y-1)^2 &= 8(-x+1) = 2p(-x+1) \quad \text{(Parabel)}
\end{aligned}
$$

Scheitelpunkt: $S(1,1)$

Parabelparameter: $p = 4$

Hauptachsenrichtung: $\varphi = 180°$

Brennpunkt: $F(-1,1)$



Aufgabe 2

$$
\begin{aligned}
9x^2 - 16y^2 - 36x - 64y + 116 &= 0 \\
9(x^2 - 4x + 4 - 4) - 16(y^2 + 4y + 4 - 4) &= -116 \\
9(x-2)^2 - 36 - 16(y+2)^2 + 64 &= -116 \\
9(x-2)^2 - 16(y+2)^2 &= -144 \quad || \cdot (-1) \\
16(y+2)^2 - 9(x-2)^2 &= 144 \quad || : 144 \\
\frac{(y+2)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{16} &= 1 \quad \text{(Hyperbel)}
\end{aligned}
$$

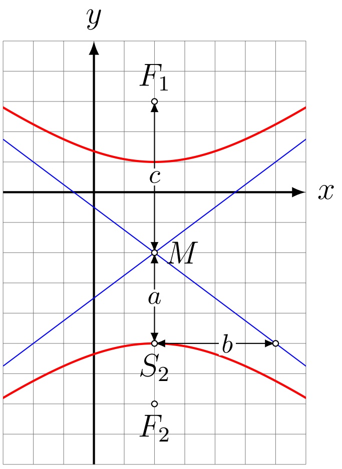
Mittelpunkt: $M(2,-2)$

Halbachsenlängen: $a = 3,\ b = 4$

Hauptachsenrichtung: $\varphi = 90°$

lineare Exzentrizität: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$

Brennpunkte: $F_1(2,3),\ F_2(2,-7)$



Aufgabe 3

$$
\begin{aligned}
25x^2 + 9y^2 - 100x + 18y - 116 &= 0 \\
25(x^2 - 4x + 4 - 4) + 9(y^2 + 2y + 1 - 1) &= 116 \\
25(x-2)^2 - 100 + 9(y+1)^2 - 9 &= 116 \\
25(x-2)^2 + 9(y+1)^2 &= 225 \\
\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{25} &= 1 \quad \text{(Ellipse)}
\end{aligned}
$$

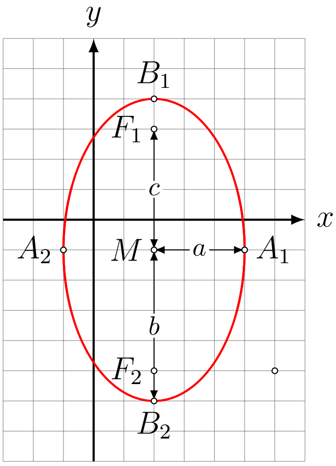
Mittelpunkt $M(2, -1)$

Halbachsenlängen: $a = 3,\ b = 5$

Hauptachsenrichtung: $\varphi = 90^\circ$ (da $a < b$)

lineare Exzentrizität: $c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$

Brennpunkte: $F_1(2, 3),\ F_2(2, -5)$

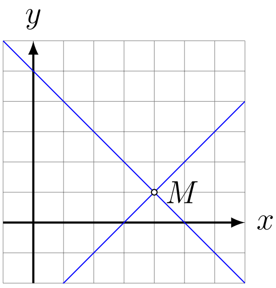


Aufgabe 4

$$
\begin{aligned}
x^2 - y^2 - 8x + 2y + 15 &= 0 \\
(x^2 - 8x + 16 - 16) - (y^2 - 2y + 1 - 1) &= -15 \\
(x - 4)^2 - 16 - (y - 1)^2 + 1 &= -15 \\
(x - 4)^2 - (y - 1)^2 &= 0 \quad \text{(degenerierte Hypberbel)} \\
(x - 4)^2 - (y - 1)^2 &= 0 \\
(x - 4)^2 &= (y - 1)^2 \\
\pm(x - 4) &= y - 1 \\
y &= \pm(x - 4) + 1 \\
g_1\colon y &= x - 3 \\
g_2\colon y &= -x + 5
\end{aligned}
$$

Mittelpunkt: $M(4, 1)$

Geraden: $y = x - 3$ und $y = -x + 5$



Aufgabe 5

$k\colon (y - 3)^2 = 4(x + 2)$

Spiegeln an y-Achse: $x \to -x$

$k\colon (y - 3)^2 = 4(-x + 2)$

Aufgabe 6

$k\colon \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$

Spiegeln an Gerade $y = x$: $(x, y) \to (y, x)$

$k\colon \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{x^2}{3} = 1$ oder $k\colon \dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

Aufgabe 7

$k\colon \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{3} = 1$

Verschieben um 7 Einheiten nach links: $x \to x + 7$

Verschieben um 2 Einheiten nach oben: $y \to y - 2$

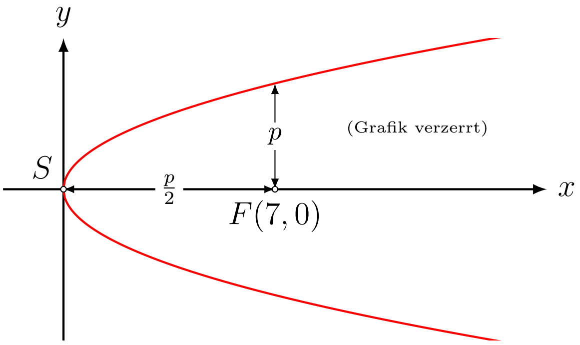
$k\colon \dfrac{(x+7)^2}{3} - \dfrac{(y-2)^2}{4} = 1$

Aufgabe 8

Brennpunkt rechts vom Scheitelpunkt $\Rightarrow$ Hauptachse $\varphi = 0°$

$F(7,0) = F(\frac{p}{2}, 0) \quad \Rightarrow \quad p = 14$

$k\colon y^2 = 28x$

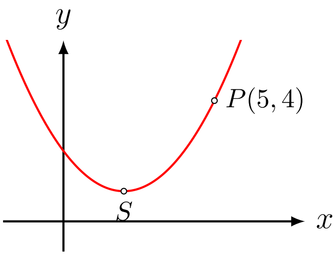


Aufgabe 9

Gegeben: $S(2,1)$ einer nach oben geöffnete Parabel

$$P(5,4) \in k\colon (x-2)^2 = 2p(y-1) \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned}(5-2)^2 &= 2p(4-1)\\ 9 &= 6p\\ p &= \tfrac{3}{2}\end{aligned}$$

$k\colon (x-2)^2 = 3(y-1)$ oder $k\colon y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 1$



Aufgabe 10

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 25 &= 14 + b^2 \\ b &= \sqrt{11} \end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{14} - \frac{y^2}{11} = 1$$

Aufgabe 11

Asymptote: $y = \frac{b}{a}x = 2x \quad \Rightarrow \quad b = 2a$

$$F(5,0) = (c,0) \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 25 &= a^2 + 4a^2 = 5a^2 \\ 5 &= a^2 \\ a &= \sqrt{5} \\ b &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$$

Aufgabe 12

$k\colon y^2 = 6x \;\Rightarrow\; p = 6/2 = 3$

$g\colon y = mx + 3 \;\Rightarrow\; q = 3$

Berührbedingung für Parabeln:

$2mq = p \;\Rightarrow\; 2 \cdot m \cdot 3 = 3 \;\Rightarrow\; m = \frac{1}{2}$

Für den Berührpunkt setze $y = \frac{1}{2}x + 3$ in $y^2 = 6x$ ein:

$$\begin{aligned} \left(\tfrac{1}{2}x + 3\right)^2 &= 6x \\ \tfrac{1}{4}x^2 + 3x + 9 &= 6x \\ \tfrac{1}{4}x^2 - 3x + 9 &= 0 \\ x^2 - 12x + 36 &= 0 \\ (x-6)^2 &= 0 \\ x_B &= 6 \quad \Rightarrow \quad y_B = 6 \quad \Rightarrow \quad B(6,6) \end{aligned}$$

Aufgabe 13

$k\colon \dfrac{x^2}{5} - \dfrac{y^2}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 5,\, b^2 = 2,$

$g\colon y = 2x + q \quad \Rightarrow \quad m = 2$

Berührbedingung für Hyperbeln: $a^2 m^2 - b^2 = \pm q^2$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 4 - 2 &= q^2 \\ 18 &= q^2 \\ q &= \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$g_1\colon y = 2x + 3\sqrt{2}$

$g_2\colon y = 2x - 3\sqrt{2}$