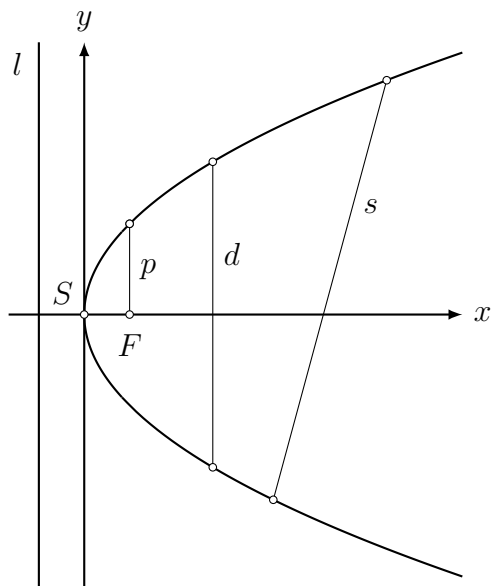
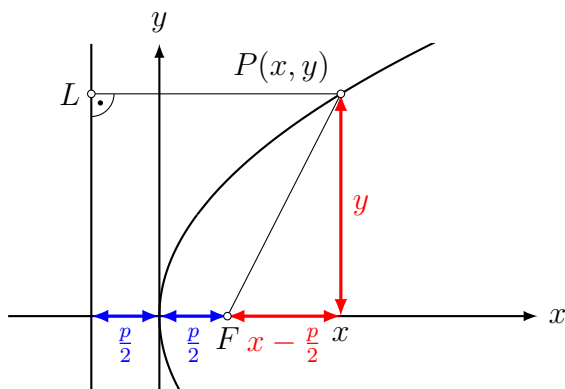


Aufgabe 1



- F : Brennpunkt
- S : Scheitelpunkt
- x -Achse: (Parabel)Achse
- l : Leitgerade
- p : Quermass
- s : Sehne
- d : Durchmesser

Aufgabe 2



$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{p}{2} \quad ||^2$$

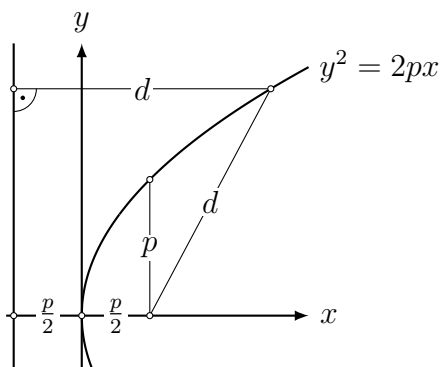
$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$$

$$x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + 2px + \frac{p^2}{4}$$

$$-px + y^2 = px$$

$$y^2 = 2px$$

Aufgabe 3



(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

$$\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow p = 2 \Rightarrow y^2 = 10x$$

(b) Leitgerade: $x = -1$

$$\frac{p}{2} = 1 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow y^2 = 4x$$

(c) Kurvenpunkt: $P(1, 7)$

$$7^2 = 2p \cdot 1 \Rightarrow 2p = 49 \Rightarrow y^2 = 49x$$

Aufgabe 4

$$k: y^2 = 12x \Rightarrow 144 = 156 \Rightarrow P(13, -12) \notin k$$

Aufgabe 5

$$y^2 = \frac{5}{2}x \text{ in } \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1 \text{ einsetzen:}$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5x/2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5}{72}x - 1 = 0 \quad || \cdot 144$$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

$$x_1 = 8 \Rightarrow y_1 = \pm 2\sqrt{5}$$

$$x_2 = -18 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$S_1(8, 2\sqrt{5}), S_2(8, -2\sqrt{5})$$

Aufgabe 6

Gegeben: $p: y^2 = 4x$ und $P(9, y)$ mit $y > 0$

Parabelparameter: $p = 2$

$x_0 = 9$ in $y^2 = 4x$ einsetzen: $y_0 = 6 > 0$

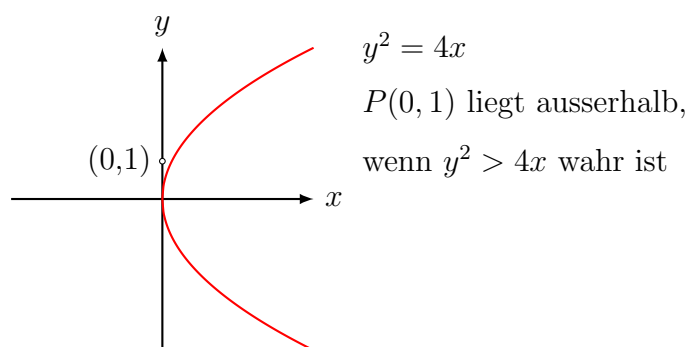
$x_0 = 9, y_0 = 6$ und $p = 2$ in die Tangentengleichung der Parabel

$$y_0 y = p(x + x_0)$$

einsetzen:

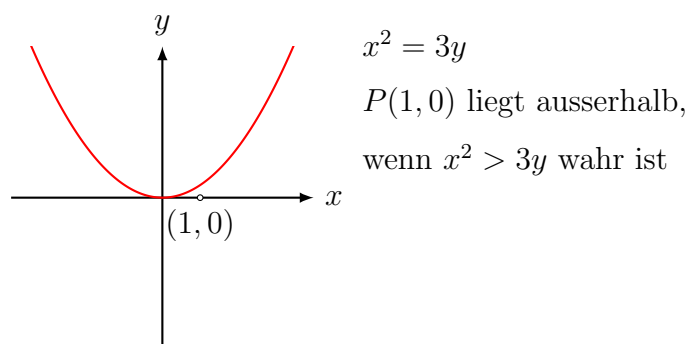
$$6y = 2(x + 9) = 2x + 18 \quad \Rightarrow \quad t: 2x - 6y + 18 = 0$$

Aufgabe 7



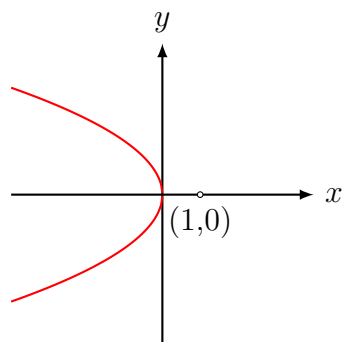
- (a) $A(9,6)$ liegt auf der Parabel, da $6^2 = 4 \cdot 9$
- (b) $B(-4,4)$ liegt ausserhalb, da $4^2 > 4 \cdot (-4)$ wahr ist
- (c) $C(3,3)$ liegt innerhalb, da $3^2 > 4 \cdot 3$ falsch ist

Aufgabe 8



- (a) $A(3,4)$ liegt innerhalb, da $3^2 > 3 \cdot 4$ falsch ist.
- (b) $B(\sqrt{12}, 3)$ liegt auf der Parabel, da $12 = 3 \cdot 4$ gilt.
- (c) $C(-2,2)$ liegt ausserhalb, da $(-2)^2 > 3 \cdot 2$ falsch ist.

Aufgabe 9



$$y^2 = -2x$$

$P(0, 1)$ liegt ausserhalb,

wenn $y^2 > -2x$ wahr ist

- (a) $A(-1, 2)$ liegt ausserhalb, da $2^2 > (-2) \cdot (-1)$ wahr ist.
(b) $B(5, -3)$ liegt innerhalb, da $(-3)^2 > (-2) \cdot (-5)$ falsch ist.
(c) $C(-1, \sqrt{2})$ liegt auf der Parabel da $(\sqrt{2})^2 = (-2) \cdot (-1)$ gilt.

Aufgabe 10

Gegeben: Gerade $g: y = 2x - 6$, Parabel $p: y^2 = 16x$

(a) $g \cap p:$

$$\begin{aligned}(2x - 6)^2 &= 16x \\ 4x^2 - 24x + 36 &= 16x \\ 4x^2 - 40x + 36 &= 0 \\ x^2 - 10x + 9 &= 0 \\ (x - 1)(x - 9) &= 0 \\ x_1 = 1 &\Rightarrow S_1(1, -4) \\ x_2 = 9 &\Rightarrow S_2(9, 12)\end{aligned}$$

(b) $|S_1S_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5}$

Aufgabe 11

Gegeben: $P(-3, -4)$ und $y^2 = 16x \Rightarrow p = 8$

Polare: $y_0y = p(x + x_0)$

$$-4y = 8(x - 3)$$

$$-4y = 8x - 24 \quad || : (-4)$$

$$y = -2x + 6 = 6 - 2x$$

$$\begin{aligned}
\text{Polare} \cap \text{Parabel:} \quad & (6 - 2x)^2 = 16x \\
& 4(3 - x)^2 = 16x \\
& (3 - x)^2 = 4x \\
& 9 - 6x + x^2 = 4x \\
& x^2 - 10x + 9 = 0 \\
& (x - 1)(x - 9) = 0 \\
& x_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad S_1(1, 4) \\
& x_2 = 9 \quad \Rightarrow \quad S_2(9, -12)
\end{aligned}$$

Koordinaten von $S_1(1, 4)$ und $S_2(9, -12)$ jeweils in die Tangentengleichung einsetzen:

$$\begin{array}{ll}
y_0 y = p(x + x_0) & y_0 y = p(x + x_0) \\
4y = 8(x + 1) & -12y = 8(x + 9) \\
y = 2(x + 1) & -12y = 8x + 72 \\
y = 2x + 2 & -3y = 2x + 18 \\
t_1: 2x - y + 2 = 0 & t_2: 2x + 3y + 18 = 0
\end{array}$$

Aufgabe 12

Lösungsweg 1: (Diskriminantenmethode)

$$\text{Gerade: } 2x - y + 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 2x + 10 \quad (1)$$

$$\text{Parabel: } y^2 = 2px \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
(1) \text{ in } (2) \text{ einsetzen:} \quad & (2x + 10)^2 = 2px \\
& 4x^2 + 40x + 100 = 2px \quad (\text{auf Normalform bringen}) \\
& 4x^2 + 40x - 2px + 100 = 0 \\
& 2x^2 + 20x - px + 50 = 0 \\
& 2x^2 + (20 - p)x + 50 = 0
\end{aligned}$$

Berühren bedeutet: die obige Gleichung hat *genau eine* Lösung.

Daher muss für die Diskriminante $D = 0$ gelten.

$$a = 2, \quad b = 20 - p, \quad c = 50$$

$$D = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(20 - p)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50 = 0$$

$$400 - 40p + p^2 - 400 = 0$$

$$p^2 - 40p = 0$$

$$p(p - 40) = 0$$

$$p_1 = 0 \quad (\text{keine Parabel})$$

$$p_2 = 40$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(20 - 40)}{2 \cdot 2} = \frac{20}{4} = 5 \quad \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \quad P(5, 20)$$

$$\text{Parabelgleichung: } y^2 = 2px = 80x$$

Lösungsweg 2: (Koeffizientenvergleich)

$$y_0y = p(x + x_0) \quad (\text{Tangentenformel für Parabel})$$

$$y_0y = px + px_0$$

$$px - y_0y + px_0 = 0$$

$$2x - y + 10 = 0 \quad (\text{vereinfachte Tangentengleichung})$$

$$2fx - fy + 10f = 0 \quad (\text{unvereinfachte Tangentengleichung})$$

$$\text{Koeffizientenvergleich: } p = 2f \quad (1)$$

$$-y_0 = -f \Rightarrow y_0 = f \quad (2)$$

$$px_0 = 10f \quad (3)$$

$$\text{Setze (1) in (2) ein: } 2fx_0 = 10f \Rightarrow x_0 = 5$$

(2), (1) und $x_0 = 5$ in Parabelgleichung $y_0^2 = 2px_0$ einsetzen:

$$f^2 = 2 \cdot 2f \cdot 5 = 20f \Rightarrow f = 20 \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} p = 40 \text{ und } y_0 = 20$$

$$\Rightarrow y^2 = 80x \quad \text{und} \quad B(5, 20)$$

Aufgabe 13

Gegeben: Parabel $y^2 = 10x$, Gerade $x - 2y - 4 = 0$

Lösung mit Koeffizientenvergleich:

Aus $y^2 = 10x = 2px$ folgt $p = 5$

$$y_0y = 5(x + x_0) \quad (\text{Tangentenformel für Parabel})$$

$$y_0y = 5x + 5x_0$$

$$5x - y_0y + 5x_0 = 0$$

$$x - 2y + c = 0 \quad (\text{vereinfachte Tangentengleichung } c = ?)$$

$$fx - 2fy + fc = 0 \quad (\text{Tangentengleichung mit Faktor } f)$$

$$\text{Koeffizientenvergleich: } 5 = f$$

$$y_0 = 2f = 10$$

$$5x_0 = fc = 5c \Rightarrow x_0 = c$$

$$\text{Setze } y_0 = 10 \text{ in } y_0^2 = 10x_0 \text{ ein: } 100 = 10x_0 \Rightarrow x_0 = 10$$

$$t: x - 2y + 10 = 0 \quad \text{und} \quad B(10, 10)$$