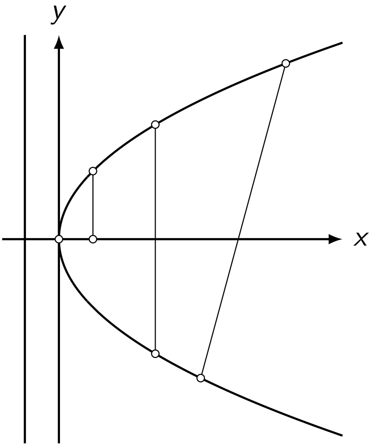
Kegelschnitte (Parabeln)

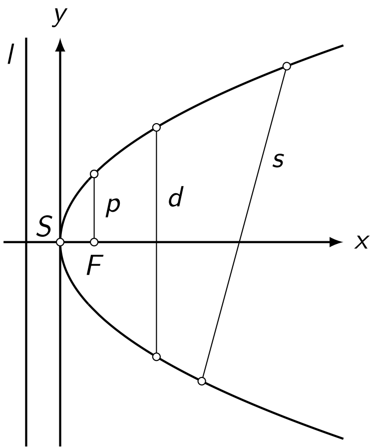
Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1

Beschrifte möglichst viele Punkte, Strecken und Geraden in der Figur mit den richtigen Fachausdrücken.



Aufgabe 1



F: Brennpunkt

S: Scheitelpunkt

x-Achse: (Parabel)Achse

l: Leitgerade

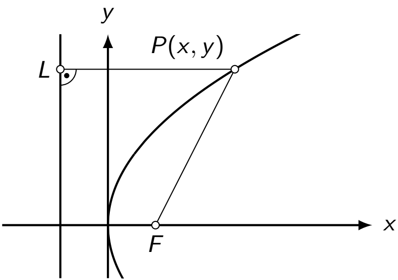
p: Quermass

s: Sehne

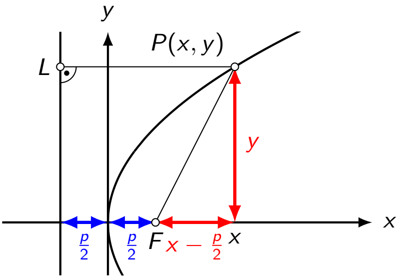
d: Durchmesser

Aufgabe 2

Leite die Gleichung der Parabel aus der Brennpunktsdefinition anhand der gegebenen Skizze her und vereinfache sie.

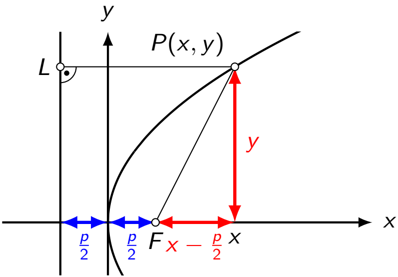


Aufgabe 2



$$\sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2}=x+\frac{p}{2} \quad \|^2$$

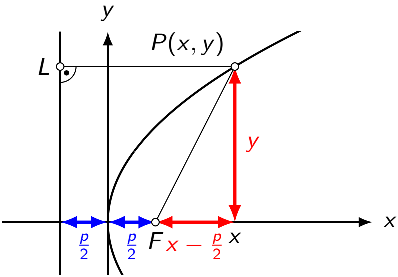
Aufgabe 2



$$\sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2}=x+\frac{p}{2} \quad ||^2$$

$$\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2=x^2+px+\frac{p^2}{4}$$

Aufgabe 2

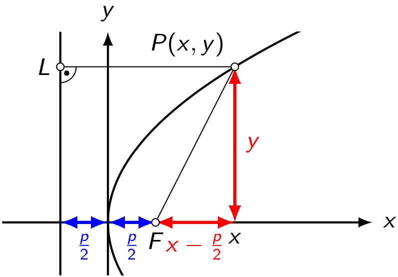


$$\sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2}=x+\frac{p}{2} \quad ||^2$$

$$\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2=x^2+px+\frac{p^2}{4}$$

$$x^2-px+\frac{p^2}{4}+y^2=x^2+2px+\frac{p^2}{4}$$

Aufgabe 2



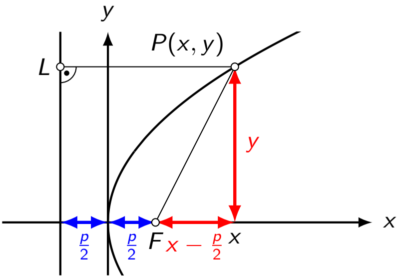
$$\sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2}=x+\frac{p}{2}\quad ||^2$$

$$\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2=x^2+px+\frac{p^2}{4}$$

$$x^2-px+\frac{p^2}{4}+y^2=x^2+2px+\frac{p^2}{4}$$

$$-px+y^2=px$$

Aufgabe 2



$$\sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2} = x+\frac{p}{2} \quad ||^2$$

$$\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2 = x^2+px+\frac{p^2}{4}$$

$$x^2-px+\frac{p^2}{4}+y^2 = x^2+2px+\frac{p^2}{4}$$

$$-px+y^2 = px$$

$$y^2 = 2px$$

Aufgabe 3

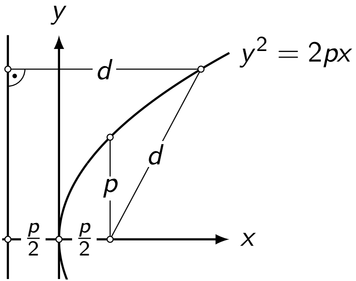
Gib die Gleichungen der folgenden Parabeln. Die Parabeln sind symmetrisch zur x-Achse mit dem Scheitelpunkt im Ursprung.

(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

(b) Leitgerade: $x = -1$

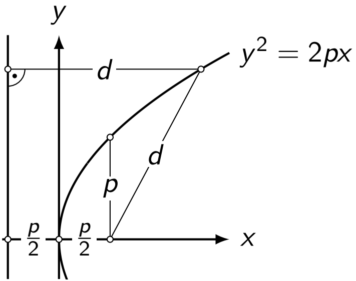
(c) Kurvenpunkt: $P(1, 7)$

Aufgabe 3



(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

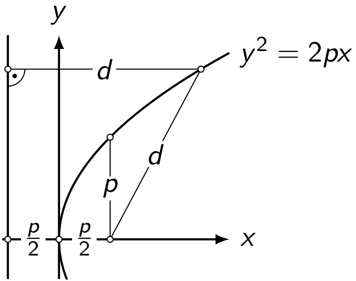
Aufgabe 3



(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

$$\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 10x$$

Aufgabe 3

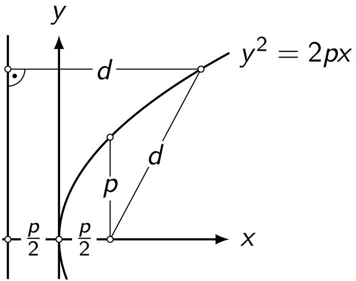


(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

$$\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 10x$$

(b) Leitgerade: $x = -1$

Aufgabe 3



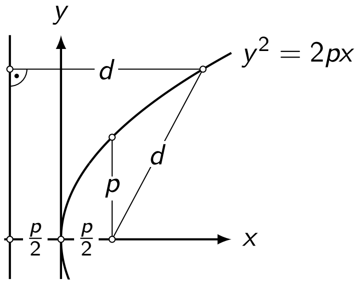
(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

$$\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 10x$$

(b) Leitgerade: $x = -1$

$$\frac{p}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4x$$

Aufgabe 3



(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

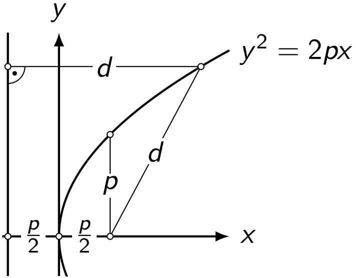
$$\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 10x$$

(b) Leitgerade: $x = -1$

$$\frac{p}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4x$$

(c) Kurvenpunkt: $P(1, 7)$

Aufgabe 3



(a) Brennpunkt: $F(\frac{5}{2}, 0)$

$$\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 10x$$

(b) Leitgerade: $x = -1$

$$\frac{p}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad p = 2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4x$$

(c) Kurvenpunkt: $P(1, 7)$

$$7^2 = 2p \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad 2p = 49 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 49x$$

Aufgabe 4

Liegt der Punkt $P(13, -12)$ auf der Parabel mit der Gleichung $k\colon y^2 = 12x$?

Aufgabe 4

$$k\colon y^2 = 12x \quad \Rightarrow \quad 144 = 156 \quad \Rightarrow \quad P(13, -12) \notin k$$

Aufgabe 5

Bestimme die Schnittpunkte der Ellipse $k\colon \dfrac{x^2}{144} + \dfrac{y^2}{36} = 1$ mit der Parabel $y^2 = \frac{5}{2}x$.

Aufgabe 5

$y^2 = \frac{5}{2}x$ in $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$ einsetzen:

Aufgabe 5

$y^2 = \frac{5}{2}x$ in $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$ einsetzen:

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5x/2}{36} = 1$$

Aufgabe 5

$y^2 = \frac{5}{2}x$ in $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$ einsetzen:

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5x/2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5}{72}x - 1 = 0 \quad || \cdot 144$$

Aufgabe 5

$y^2 = \frac{5}{2}x$ in $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$ einsetzen:

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5x/2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5}{72}x - 1 = 0 \quad || \cdot 144$$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

Aufgabe 5

$y^2 = \frac{5}{2}x$ in $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$ einsetzen:

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5x/2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5}{72}x - 1 = 0 \quad || \cdot 144$$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

$$x_1 = 8 \quad \Rightarrow \quad y_1 = \pm 2\sqrt{5}$$

Aufgabe 5

$y^2 = \frac{5}{2}x$ in $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$ einsetzen:

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5x/2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5}{72}x - 1 = 0 \quad || \cdot 144$$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

$$x_1 = 8 \quad \Rightarrow \quad y_1 = \pm 2\sqrt{5}$$

$$x_2 = -18 \quad \Rightarrow \quad \text{keine Lösung}$$

Aufgabe 5

$y^2 = \frac{5}{2}x$ in $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$ einsetzen:

$$\frac{x^2}{144} + \frac{5x/2}{36} = 1$$

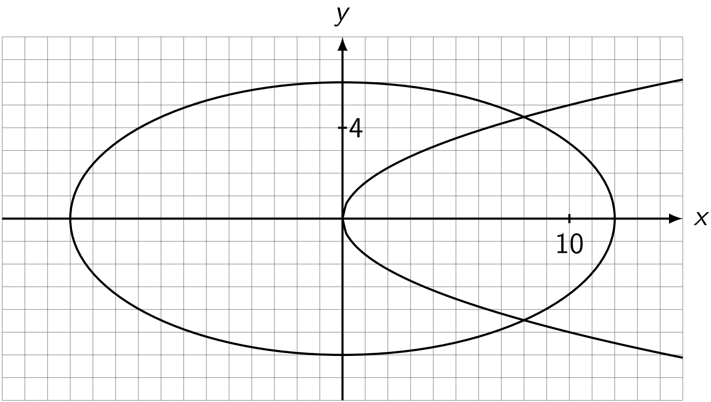
$$\frac{x^2}{144} + \frac{5}{72}x - 1 = 0 \quad || \cdot 144$$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

$$x_1 = 8 \quad \Rightarrow \quad y_1 = \pm 2\sqrt{5}$$

$$x_2 = -18 \quad \Rightarrow \quad \text{keine Lösung}$$

$S_1(8, 2\sqrt{5}),\ S_2(8, -2\sqrt{5})$


y
4
x
10

Aufgabe 6

Bestimme die Gleichung der Tangente an die Parabel mit der Gleichung $p\colon y^2 = 4x$ im Punkt $P(9, y)$ mit $y > 0$.

Aufgabe 6

Gegeben: $p\colon y^2 = 4x$ und $P(9, y)$ mit $y > 0$

Aufgabe 6

Gegeben: $p\colon y^2 = 4x$ und $P(9, y)$ mit $y > 0$

Parabelparameter: $p = 2$

Aufgabe 6

Gegeben: $p\colon y^2 = 4x$ und $P(9, y)$ mit $y > 0$

Parabelparameter: $p = 2$

$x_0 = 9$ in $y^2 = 4x$ einsetzen: $y_0 = 6 > 0$

Aufgabe 6

Gegeben: $p\colon y^2 = 4x$ und $P(9, y)$ mit $y > 0$

Parabelparameter: $p = 2$

$x_0 = 9$ in $y^2 = 4x$ einsetzen: $y_0 = 6 > 0$

$x_0 = 9$, $y_0 = 6$ und $p = 2$ in die Tangentengleichung der Parabel

$y_0 y = p(x + x_0)$

einsetzen:

Aufgabe 6

Gegeben: $p\colon y^2 = 4x$ und $P(9, y)$ mit $y > 0$

Parabelparameter: $p = 2$

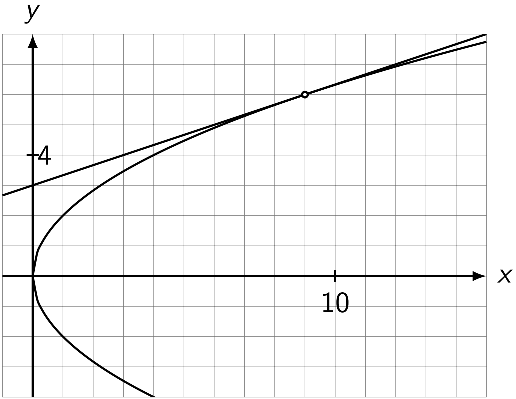
$x_0 = 9$ in $y^2 = 4x$ einsetzen: $y_0 = 6 > 0$

$x_0 = 9$, $y_0 = 6$ und $p = 2$ in die Tangentengleichung der Parabel

$y_0 y = p(x + x_0)$

einsetzen:

$$6y = 2(x + 9) = 2x + 18 \quad \Rightarrow \quad t\colon 2x - 6y + 18 = 0$$


y
4
x
10

Aufgabe 7

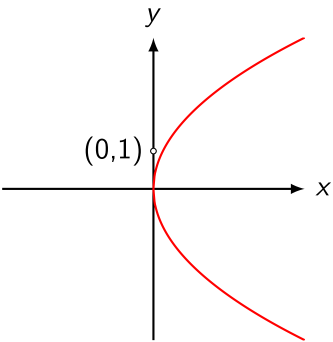
Liegt der Punkt innerhalb, ausserhalb oder auf der Parabel mit der Gleichung $y^2 = 4x$?

(a) $A(9, 6)$

(b) $B(-4, 4)$

(c) $C(3, 3)$

Aufgabe 7



$y^2 = 4x$

$P(0,1)$ liegt ausserhalb,

wenn $y^2 > 4x$ wahr ist

(a) $A(9,6)$ liegt auf der Parabel, da $6^2 = 4 \cdot 9$

(b) $B(-4,4)$ liegt ausserhalb, da $4^2 > 4 \cdot (-4)$ wahr ist

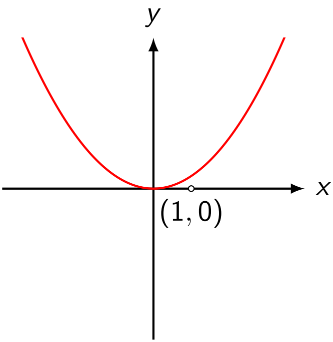
(c) $C(3,3)$ liegt innerhalb, da $3^2 > 4 \cdot 3$ falsch ist

Aufgabe 8

Liegt der Punkt innerhalb, ausserhalb oder auf der Parabel mit der Gleichung $x^2 = 3y$?

(a) $A(3, 4)$
(b) $B\left(\sqrt{12}, 3\right)$
(c) $C(-2, 2)$

Aufgabe 8



$x^2 = 3y$

$P(1,0)$ liegt ausserhalb,

wenn $x^2 > 3y$ wahr ist

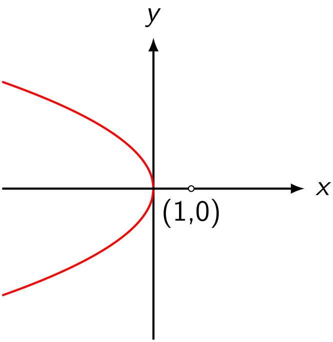
(a) $A(3,4)$ liegt innerhalb, da $3^2 > 3 \cdot 4$ falsch ist.
(b) $B\left(\sqrt{12}, 3\right)$ liegt auf der Parabel, da $12 = 3 \cdot 4$ gilt.
(c) $C(-2,2)$ liegt ausserhalb, da $(-2)^2 > 3 \cdot 2$ falsch ist.

Aufgabe 9

Liegt der Punkt innerhalb, ausserhalb oder auf der Parabel mit der Gleichung $y^2 = -2x$?

(a) $A(-1, 2)$
(b) $B(5, -3)$
(c) $C\left(-1, \sqrt{2}\right)$

Aufgabe 9



$y^2 = -2x$

$P(0,1)$ liegt ausserhalb,

wenn $y^2 > -2x$ wahr ist

(a) $A(-1,2)$ liegt ausserhalb, da $2^2 > (-2)\cdot(-1)$ wahr ist.

(b) $B(5,-3)$ liegt innerhalb, da $(-3)^2 > (-2)\cdot(-5)$ falsch ist.

(c) $C\left(-1,\sqrt{2}\right)$ liegt auf der Parabel da $\left(\sqrt{2}\right)^2 = (-2)\cdot(-1)$ gilt.

Aufgabe 10

Gegeben: Gerade $g\colon y = 2x - 6$ und Parabel $p\colon y^2 = 16x$

(a) Berechne die Schnittpunkte von g und p.

(b) Berechne die Länge der Sehne

Aufgabe 10

Gegeben: Gerade $g: y = 2x - 6$, Parabel $p: y^2 = 16x$

(a) $g \cap p$:

$$\begin{aligned} (2x-6)^2 &= 16x \\ 4x^2 - 24x + 36 &= 16x \\ 4x^2 - 40x + 36 &= 0 \\ x^2 - 10x + 9 &= 0 \\ (x-1)(x-9) &= 0 \\ x_1 &= 1 \quad \Rightarrow \quad S_1(1, -4) \\ x_2 &= 9 \quad \Rightarrow \quad S_2(9, 12) \end{aligned}$$

Aufgabe 10

Gegeben: Gerade $g\colon\ y = 2x - 6$, Parabel $p\colon\ y^2 = 16x$

(a) $g \cap p$:
$$\begin{aligned}
(2x-6)^2 &= 16x \\
4x^2 - 24x + 36 &= 16x \\
4x^2 - 40x + 36 &= 0 \\
x^2 - 10x + 9 &= 0 \\
(x-1)(x-9) &= 0 \\
x_1 &= 1 \quad \Rightarrow \quad S_1(1, -4) \\
x_2 &= 9 \quad \Rightarrow \quad S_2(9, 12)
\end{aligned}$$

(b) $|S_1S_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5}$

Aufgabe 11

Vom Punkt $P(-3, -4)$ aus sollen an die Parabel mit der Gleichung $y^2 = 16x$ die Tangenten angelegt werden. Wie lauten die Gleichungen dieser beiden Tangenten?

Aufgabe 11

Gegeben: $P(-3, -4)$ und $y^2 = 16x \quad \Rightarrow \quad p = 8$

Aufgabe 11

Gegeben: $P(-3,-4)$ und $y^2 = 16x \quad \Rightarrow \quad p = 8$

Polare:
$$\begin{aligned} y_0 y &= p(x + x_0) \\ -4y &= 8(x-3) \\ -4y &= 8x - 24 \quad || : (-4) \\ y &= -2x + 6 = 6 - 2x \end{aligned}$$

Aufgabe 11

Gegeben: $P(-3,-4)$ und $y^2 = 16x \quad \Rightarrow \quad p = 8$

Polare:
$$
\begin{aligned}
y_0 y &= p(x + x_0) \\
-4y &= 8(x-3) \\
-4y &= 8x - 24 \quad || : (-4) \\
y &= -2x + 6 = 6 - 2x
\end{aligned}
$$

Polare $\cap$ Parabel:
$$
\begin{aligned}
(6-2x)^2 &= 16x \\
4(3-x)^2 &= 16x \\
(3-x)^2 &= 4x \\
9 - 6x + x^2 &= 4x \\
x^2 - 10x + 9 &= 0 \\
(x-1)(x-9) &= 0 \\
x_1 &= 1 \quad \Rightarrow \quad S_1(1,4) \\
x_2 &= 9 \quad \Rightarrow \quad S_2(9,-12)
\end{aligned}
$$

Koordinaten von $S_1(1, 4)$ und $S_2(9, -12)$ jeweils in die Tangentengleichung einsetzen:

Koordinaten von $S_1(1, 4)$ und $S_2(9, -12)$ jeweils in die Tangentengleichung einsetzen:

$$\begin{aligned} y_0 y &= p(x + x_0) \\ 4y &= 8(x + 1) \\ y &= 2(x + 1) \\ y &= 2x + 2 \end{aligned}$$

Koordinaten von $S_1(1,4)$ und $S_2(9,-12)$ jeweils in die Tangentengleichung einsetzen:

$$\begin{aligned} y_0 y &= p(x + x_0) \\ 4y &= 8(x+1) \\ y &= 2(x+1) \\ y &= 2x + 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} y_0 y &= p(x + x_0) \\ -12y &= 8(x+9) \\ -12y &= 8x + 72 \\ -3y &= 2x + 18 \end{aligned}$$

$t_1 : 2x - y + 2 = 0$

Koordinaten von $S_1(1,4)$ und $S_2(9,-12)$ jeweils in die Tangentengleichung einsetzen:

$$\begin{aligned} y_0 y &= p(x+x_0) \\ 4y &= 8(x+1) \\ y &= 2(x+1) \\ y &= 2x+2 \end{aligned}$$

$$t_1\colon 2x-y+2=0$$

$$\begin{aligned} y_0 y &= p(x+x_0) \\ -12y &= 8(x+9) \\ -12y &= 8x+72 \\ -3y &= 2x+18 \end{aligned}$$

$$t_2\colon 2x+3y+18=0$$

Aufgabe 12

Eine nach rechts geöffnete Parabel, deren Scheitelpunkt im Koordinatenursprung liegt, berührt die Gerade $2x - y + 10 = 0$. Wie lautet die Gleichung der Parabel und wo liegt der Berührungspunkt?

Aufgabe 12

Lösungsweg 1: (Diskriminantenmethode)

Gerade: $2x - y + 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 2x + 10 \quad (1)$

Aufgabe 12

Lösungsweg 1: (Diskriminantenmethode)

Gerade: $2x - y + 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 2x + 10 \quad (1)$

Parbel: $y^2 = 2px$ (2)

Aufgabe 12

Lösungsweg 1: (Diskriminantenmethode)

Gerade: $2x - y + 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 2x + 10 \quad (1)$

Parbel: $y^2 = 2px$ (2)

(1) in (2) einsetzen:

$$(2x + 10)^2 = 2px$$

$$4x^2 + 40x + 100 = 2px \quad \text{(auf Normalform bringen)}$$

$$4x^2 + 40x - 2px + 100 = 0$$

$$2x^2 + 20x - px + 50 = 0$$

$$2x^2 + (20 - p)x + 50 = 0$$

Berühren bedeutet: die obige Gleichung hat *genau eine* Lösung.

Daher muss für die Diskriminante $D = 0$ gelten.

Berühren bedeutet: die obige Gleichung hat *genau eine* Lösung.

Daher muss für die Diskriminante $D = 0$ gelten.

$a = 2,\ b = 20 - p,\ c = 50$

$$\begin{aligned} D &= 0 \\ b^2 - 4ac &= 0 \\ (20-p)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50 &= 0 \\ 400 - 40p + p^2 - 400 &= 0 \\ p^2 - 40p &= 0 \\ p(p-40) &= 0 \\ p_1 &= 0 \quad \text{(keine Parabel)} \\ p_2 &= 40 \end{aligned}$$

Berühren bedeutet: die obige Gleichung hat *genau eine* Lösung.

Daher muss für die Diskriminante $D = 0$ gelten.

$a = 2,\ b = 20 - p,\ c = 50$

$$\begin{aligned} D &= 0 \\ b^2 - 4ac &= 0 \\ (20-p)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50 &= 0 \\ 400 - 40p + p^2 - 400 &= 0 \\ p^2 - 40p &= 0 \\ p(p-40) &= 0 \\ p_1 &= 0 \quad \text{(keine Parabel)} \\ p_2 &= 40 \end{aligned}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(20-40)}{2 \cdot 2} = \frac{20}{4} = 5 \quad \overset{(1)}{\Rightarrow} \quad P(5, 20)$$

Berühren bedeutet: die obige Gleichung hat *genau eine* Lösung.

Daher muss für die Diskriminante $D = 0$ gelten.

$a = 2,\ b = 20 - p,\ c = 50$

$$\begin{aligned} D &= 0 \\ b^2 - 4ac &= 0 \\ (20-p)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50 &= 0 \\ 400 - 40p + p^2 - 400 &= 0 \\ p^2 - 40p &= 0 \\ p(p-40) &= 0 \\ p_1 &= 0 \quad \text{(keine Parabel)} \\ p_2 &= 40 \end{aligned}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(20-40)}{2 \cdot 2} = \frac{20}{4} = 5 \quad \overset{(1)}{\Rightarrow} \quad P(5, 20)$$

Parabelgleichung: $y^2 = 2px = 80x$

Lösungsweg 2: (Koeffizientenvergleich)

$y_0 y = p(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = px + px_0$

$px - y_0 y + px_0 = 0$

$2x - y + 10 = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung)

$2fx - fy + 10f = 0$ (unvereinfachte Tangentegleichung)

Lösungsweg 2: (Koeffizientenvergleich)

$$y_0 y = p(x + x_0) \quad \text{(Tangentenformel für Parabel)}$$

$$y_0 y = px + px_0$$

$$px - y_0 y + px_0 = 0$$

$$2x - y + 10 = 0 \quad \text{(vereinfachte Tangentengleichung)}$$

$$2fx - fy + 10f = 0 \quad \text{(unvereinfachte Tangentegleichung)}$$

Koeffizientenvergleich:

$$\begin{aligned} p &= 2f && && (1)\\ -y_0 &= -f \quad &\Rightarrow \quad & y_0 = f && (2)\\ px_0 &= 10f && && (3) \end{aligned}$$

Lösungsweg 2: (Koeffizientenvergleich)

$y_0 y = p(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = px + px_0$

$px - y_0 y + px_0 = 0$

$2x - y + 10 = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung)

$2fx - fy + 10f = 0$ (unvereinfachte Tangentegleichung)

Koeffizientenvergleich:

$$p = 2f \qquad (1)$$

$$-y_0 = -f \quad \Rightarrow \quad y_0 = f \qquad (2)$$

$$px_0 = 10f \qquad (3)$$

Setze (1) in (2) ein: $2fx_0 = 10f \quad \Rightarrow \quad x_0 = 5$

Lösungsweg 2: (Koeffizientenvergleich)

$y_0 y = p(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = px + px_0$

$px - y_0 y + px_0 = 0$

$2x - y + 10 = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung)

$2fx - fy + 10f = 0$ (unvereinfachte Tangentegleichung)

Koeffizientenvergleich:
$$\begin{aligned} p &= 2f && && (1) \\ -y_0 &= -f && \Rightarrow \quad y_0 = f && (2) \\ px_0 &= 10f && && (3) \end{aligned}$$

Setze (1) in (2) ein: $2fx_0 = 10f \quad \Rightarrow \quad x_0 = 5$

(2), (1) und $x_0 = 5$ in Parabelgleichung $y_0^2 = 2px_0$ einsetzen:

Lösungsweg 2: (Koeffizientenvergleich)

$y_0 y = p(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = px + px_0$

$px - y_0 y + px_0 = 0$

$2x - y + 10 = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung)

$2fx - fy + 10f = 0$ (unvereinfachte Tangentegleichung)

Koeffizientenvergleich:
$$\begin{aligned} p &= 2f & & & (1)\\ -y_0 &= -f \quad \Rightarrow \quad & y_0 &= f & (2)\\ px_0 &= 10f & & & (3) \end{aligned}$$

Setze (1) in (2) ein: $2fx_0 = 10f \quad \Rightarrow \quad x_0 = 5$

(2), (1) und $x_0 = 5$ in Parabelgleichung $y_0^2 = 2px_0$ einsetzen:

$f^2 = 2 \cdot 2f \cdot 5 = 20f \ \Rightarrow \ f = 20 \ \overset{(1),(2)}{\Rightarrow} \ p = 40$ und $y_0 = 20$

Lösungsweg 2: (Koeffizientenvergleich)

$y_0 y = p(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = px + px_0$

$px - y_0 y + px_0 = 0$

$2x - y + 10 = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung)

$2fx - fy + 10f = 0$ (unvereinfachte Tangentegleichung)

Koeffizientenvergleich: $p = 2f$ (1)

$-y_0 = -f \quad \Rightarrow \quad y_0 = f$ (2)

$px_0 = 10f$ (3)

Setze (1) in (2) ein: $2fx_0 = 10f \quad \Rightarrow \quad x_0 = 5$

(2), (1) und $x_0 = 5$ in Parabelgleichung $y_0^2 = 2px_0$ einsetzen:

$f^2 = 2 \cdot 2f \cdot 5 = 20f \;\Rightarrow\; f = 20 \overset{(1),(2)}{\Rightarrow} p = 40$ und $y_0 = 20$

$\Rightarrow \quad y^2 = 80x \quad$ und $\quad B(5, 20)$

Aufgabe 13

An die Parabel $y^2 = 10x$ soll parallel zur Geraden $x - 2y - 4 = 0$ eine Tangente gezogen werden. Bestimme die Gleichung der Tangente und den Berührungspunkt.

Aufgabe 13

Gegeben: Parabel $y^2 = 10x$, Gerade $x - 2y - 4 = 0$

Lösung mit Koeffizientenvergleich:

Aufgabe 13

Gegeben: Parabel $y^2 = 10x$, Gerade $x - 2y - 4 = 0$

Lösung mit Koeffizientenvergleich:

Aus $y^2 = 10x = 2px$ folgt $p = 5$

Aufgabe 13

Gegeben: Parabel $y^2 = 10x$, Gerade $x - 2y - 4 = 0$

Lösung mit Koeffizientenvergleich:

Aus $y^2 = 10x = 2px$ folgt $p = 5$

$y_0 y = 5(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = 5x + 5x_0$

$5x - y_0 y + 5x_0 = 0$

$x - 2y + c = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung $c = ?$)

$fx - 2fy + fc = 0$ (Tangentengleichung mit Faktor f)

Aufgabe 13

Gegeben: Parabel $y^2 = 10x$, Gerade $x - 2y - 4 = 0$

Lösung mit Koeffizientenvergleich:

Aus $y^2 = 10x = 2px$ folgt $p = 5$

$y_0 y = 5(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = 5x + 5x_0$

$5x - y_0 y + 5x_0 = 0$

$x - 2y + c = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung $c = ?$)

$fx - 2fy + fc = 0$ (Tangentengleichung mit Faktor f)

Koeffizientenvergleich: $5 = f$

$$y_0 = 2f = 10$$

$$5x_0 = fc = 5c \Rightarrow x_0 = c$$

Aufgabe 13

Gegeben: Parabel $y^2 = 10x$, Gerade $x - 2y - 4 = 0$

Lösung mit Koeffizientenvergleich:

Aus $y^2 = 10x = 2px$ folgt $p = 5$

$y_0 y = 5(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = 5x + 5x_0$

$5x - y_0 y + 5x_0 = 0$

$x - 2y + c = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung $c = ?$)

$fx - 2fy + fc = 0$ (Tangentengleichung mit Faktor f)

Koeffizientenvergleich: $5 = f$

$$y_0 = 2f = 10$$

$$5x_0 = fc = 5c \;\Rightarrow\; x_0 = c$$

Setze $y_0 = 10$ in $y_0^2 = 10x_0$ ein: $100 = 10x_0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 10$

Aufgabe 13

Gegeben: Parabel $y^2 = 10x$, Gerade $x - 2y - 4 = 0$

Lösung mit Koeffizientenvergleich:

Aus $y^2 = 10x = 2px$ folgt $p = 5$

$y_0 y = 5(x + x_0)$ (Tangentenformel für Parabel)

$y_0 y = 5x + 5x_0$

$5x - y_0 y + 5x_0 = 0$

$x - 2y + c = 0$ (vereinfachte Tangentengleichung $c = ?$)

$fx - 2fy + fc = 0$ (Tangentengleichung mit Faktor f)

Koeffizientenvergleich: $5 = f$

$$y_0 = 2f = 10$$

$$5x_0 = fc = 5c \Rightarrow x_0 = c$$

Setze $y_0 = 10$ in $y_0^2 = 10x_0$ ein: $100 = 10x_0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 10$

$t\colon x - 2y + 10 = 0$ und $B(10, 10)$