Kegelschnitte (Hyperbel)

Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 3

Gib die Gleichungen der folgenden Hyperbeln an.

(a) Halbachsen: $a = \sqrt{19}$, $b = 2$

(b) Scheitelpunkt: $S_1(3, 0)$; Brennpunkt: $F_1(4, 0)$

(c) Kuvenpunkte: $P_1(9, 4)$, $P_2(6, 1)$

Aufgabe 3

(a) $\dfrac{x^2}{19} - \dfrac{y^2}{4} = 1$

(b) $b^2 = c^2 - a^2 = 7 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{7} = 1$

(c)
$$\begin{aligned} 81 \cdot \frac{1}{a^2} - 16 \cdot \frac{1}{b^2} &= 1 \quad \Rightarrow \quad & \frac{1}{a^2} &= \frac{1}{33} \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2}{33} - \frac{y^2}{11} = 1 \\ 36 \cdot \frac{1}{a^2} - 1 \cdot \frac{1}{b^2} &= 1 & \frac{1}{b^2} &= \frac{1}{11} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

Gib die Gleichungen der Asymptoten der Hyperbel mit folgender Gleichung an.

$$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$$

Aufgabe 4

$$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} a^2 &= 8 \\ b^2 &= 4 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} a &= \sqrt{8} \\ b &= 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad y = \pm\frac{b}{a}x \quad \Rightarrow \quad y = \pm\frac{2}{\sqrt{8}}x$$

Aufgabe 5

Für welche Koordinate(n), liegt $P(x, 20)$ auf der Hyperbel mit folgender Gleichung?

$$k\colon \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{225} = 1$$

Aufgabe 5

$$k\colon \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{225} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2}{36} - \frac{400}{225} = 1 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad y = \pm 10$$

Aufgabe 6

Bestimme die Schnittpunkte der Ellipse $\dfrac{x^2}{324} + \dfrac{y^2}{36} = 1$

mit der Hyperbel $\dfrac{x^2}{144} - \dfrac{y^2}{4} = 1$.

Aufgabe 6

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{324} + \frac{y^2}{36} &= 1 \\ \frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{4} &= 1 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{u}{324} + \frac{v}{36} &= 1 \\ \frac{u}{144} - \frac{v}{4} &= 1 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} u &= 288 \\ v &= 4 \end{aligned}$$

$$S_1(12\sqrt{2}, 2),\ S_2(12\sqrt{2}, -2),\ S_3(-12\sqrt{2}, 2),\ S_4(-12\sqrt{2}, -2)$$

Aufgabe 7

Bestimme die Gleichung(en) der Tangente(n) vom Punkt $P(5,1)$ an die Hyperbel mit der Gleichung

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$$

Aufgabe 7

Hyperbel: $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{144} = 1$

Polare: $\dfrac{1}{6}x - \dfrac{1}{24}y = 1$

Hyperbel $\cap$ Polare: $S_1(6, 0),\ S_2(10, 16)$