

**Aufgabe 1 (3P)**

$$\text{Asymptoten: } y = \pm \frac{4}{3}x = \pm \frac{b}{a}x \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{b}{a} \Rightarrow a = \frac{3}{4}b$$

$$F(c, 0) = (10, 0) \Rightarrow c = 10$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$100 = \left(\frac{3}{4}b\right)^2 + b^2$$

$$100 = \frac{25}{16}b^2$$

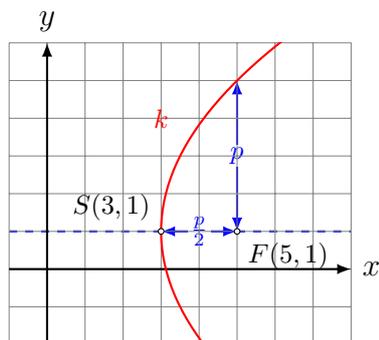
$$b^2 = 64$$

$$b = 8 \Rightarrow a = 6$$

$$\text{Hyperbel: } \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1 \quad (\text{optional: 1. Hauptlage})$$

**Aufgabe 2 (2P)**

Parabel mit Scheitelpunkt  $S(3, 1)$  und Brennpunkt  $F(5, 1)$ .



Da der Brennpunkt rechts vom Scheitelpunkt liegt, ist die Parabel nach rechts geöffnet. Ihre Gleichung lautet daher:

$$k: (y - 1)^2 = 2p(x - 3)$$

Einsetzen von  $S(3, 1)$  in die Gleichung ergibt  $0 = 0$  und hilft nicht weiter.

Da die  $x$ -Koordinate des Brennpunkts  $\frac{p}{2} = 5 - 3 = 2$  vom Scheitelpunkt entfernt ist, folgt  $p = 4$ . Damit erhalten wir

$$k: (y - 1)^2 = 8(x - 3)$$

### Aufgabe 3 (2P)

$$k: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 9, b^2 = 7$$

$$g: y = mx + 3 \quad \Rightarrow \quad q = 3$$

Berührbedingung für Hyperbeln:  $a^2m^2 - b^2 = q^2$

$$9m^2 - 7 = 9$$

$$9m^2 = 16$$

$$m^2 = \frac{16}{9}$$

$$m = \pm \frac{4}{3}$$

$$g_{1,2}: y = \pm \frac{4}{3}x + 3$$

### Aufgabe 4 (6P)

$$3x^2 + 7y^2 - 12x + 42y + 54 = 0$$

$$3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 7(y^2 + 6y + 9 - 9) = -54$$

$$3(x - 2)^2 - 12 + 7(y + 3)^2 - 63 = -54$$

$$3(x - 2)^2 + 7(y + 3)^2 = 21$$

$$\frac{(x - 2)^2}{7} + \frac{(y + 3)^2}{3} = 1 \quad (\text{Ellipse})$$

Mittelpunkt:  $M(2, -3)$

Halbachsen:  $a = \sqrt{7}$ ,  $b = \sqrt{3}$

Hauptachsenrichtung:  $\varphi = 0^\circ$

lineare Exzentrizität:  $c = \sqrt{7 - 3} = 2$

Brennpunkte:  $F_1(4, -3)$ ,  $F_2(0, -3)$

### Aufgabe 5 (1P)

$$k: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5}$$

(a) Hauptachsenrichtung von  $k$ :  $\varphi = 90^\circ$

(b) Spiegeln von  $k$  an  $y = x$ :  $k': \frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{5}$

### Aufgabe 6 (1P)

$$k: y^2 = 3x$$

3 Einheiten nach links:  $x \rightarrow (x + 3)$

2 Einheiten nach oben:  $y \rightarrow (y - 2)$

$$k: (y - 2)^2 = 3(x + 3)$$

### Aufgabe 7 (5P)

$$h: \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{2} = 1$$

$P(1, 1) \notin h$ , denn  $\frac{1^2}{1} - \frac{1^2}{2} = \frac{1}{2} \neq 1$

Gleichung der Polare zum Pol  $P(1, 1)$  von  $h$ :

$$\frac{1 \cdot x}{1} - \frac{1 \cdot y}{2} = 1 \quad || \cdot 2$$

$$2x - y = 2$$

$$y = 2x - 2 \quad (*)$$

Polare mit Hyperbel schneiden (einsetzen):

$$\frac{x^2}{1} - \frac{(2x - 2)^2}{2} = 1$$

$$x^2 - 2(x - 1)^2 = 1$$

$$x^2 - 2(x^2 - 2x + 1) = 1$$

$$-x^2 + 4x - 2 = 1$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = 3 \quad \Rightarrow \quad y_1 \stackrel{*}{=} 4$$

$$x_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_2 \stackrel{*}{=} 0$$

$$\text{Tangenten: } \frac{3x}{1} - \frac{4y}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad t_1: 3x - 2y = 1$$

$$\frac{x}{1} - \frac{0}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad t_2: x = 1$$