

Der z-Test für zwei Proportionen

Die Problemstellung

Gibt es an deutschschweizer Mittelschulen einen geschlechtsspezifischen Unterschied in der Präferenz (Bevorzugung) der Sprachen Englisch und Französisch?

Schritt 1: Formulierung der Hypothesen

- ▶ H_1 : Es gibt einen geschlechtsspezifischen Unterschied in der Präferenz der Sprachen Englisch und Französisch.
- ▶ H_0 : Es gibt keinen geschlechtsspezifischen Unterschied in der Präferenz der Sprachen Englisch und Französisch.

Es handelt sich um einen zweiseitigen Test, da nicht angegeben wird, *welche* der Sprachen bevorzugt wird.

Schritt 2: Die Stichprobe

An zufällig ausgewählten Gymnasien in der Deutschschweiz konnten 200 Zufallsstichproben durchgeführt werden, in denen jeweils gleich viele* Schülerinnen und Schüler befragt wurden.

Die Resultate werden in einer **Kontingenztafel** (**Kreuztabelle**) erfasst:

	männlich	weiblich	Summe
bevorzugt Englisch	63	58	121
bevorzugt Französisch	37	42	79
Summe	100	100	200

* Normalerweise genügt es, wenn die Stichproben etwa gleich gross sind.

Schritt 3: Die Wahl des Signifikanzniveaus

Üblicherweise wird $\alpha = 5\%$ vor der Durchführung eines Tests festgesetzt.

Schritt 4: Die Wahl des Tests

Der z-Test für zwei Proportionen berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Proportionen der beiden Gruppen (unter der Voraussetzung der Nullhypothese) in zwei unabhängigen Stichproben vom Umfang $n_1 = n_2 = 100$ betragsmässig um mehr als $|0.63 - 0.58| = 0.05$ unterscheiden. (zweiseitigem Test)

Schritt 5: Formulierung der statistischen Hypothesen

Bezeichnet man den (unbekannten) Anteil der Schüler, die lieber Englisch als Französisch haben mit p_1 und den entsprechenden Anteil bei den Schülerinnen mit p_2 , so lassen sich die beiden Hypothesen quantitativ so darstellen:

$$H_0: p_1 = p_2$$

$$H_1: p_1 \neq p_2 \quad (\text{zweiseitig})$$

Die Stichprobe liefert die Schätzungen $\hat{p}_1 = 63/100 = 0.63$ und $\hat{p}_2 = 58/100 = 0.58$ der beiden Parameter.

Schritt 6: Überprüfung der Voraussetzungen

Da der z-Test für zwei Proportionen eine Näherungslösung für den Vergleich von zwei Proportionen darstellt, müssen bestimmte Bedingungen erfüllt sein, damit diese Näherung ausreichend nahe bei der echten Lösung liegt.

Für einen zweiseitigen Test genügt es, wenn in jedem (inneren) Feld der Kontingenztafel die absolute Anzahl mindestens 5 beträgt. Bei einem einseitigen Test sollten es mindestens 10 sein.

Somit sind im Beispiel die Voraussetzungen erfüllt.

Schritt 7: Durchführung des Tests mit dem TI-84+

Öffne mit der Taste `stat` das Statistik-Menü, gehe dort ins TESTS-Untermenü und wähle unter 6: den z-Test für zwei Proportionen aus.

```
EDIT CALC TESTS
1: Z-Test...
2: T-Test...
3: 2-SampZTest...
4: 2-SampTTest...
5: 1-PropZTest...
6: 2-PropZTest...
7: ZInterval...
```

- ▶ Gib die Anzahl „Erfolge“ der 1. Gruppe ein. ($x_1 = 63$)
- ▶ Gib den Umfang der 1. Gruppe ein. ($n_1 = 100$)
- ▶ Gib die Anzahl „Erfolge“ der 2. Gruppe ein. ($x_2 = 58$)
- ▶ Gib den Umfang der 2. Gruppe ein. ($n_2 = 100$)
- ▶ Wähle den zweiseitigen Test gemäss H_1 .

Z-Prop2Test

```
x1:63  
n1:100  
x2:58  
n2:100  
P1:0.63 <P2 >P2  
Calculate Draw
```

Wähle Calculate und drücke enter, um das Testresultat auszugeben.

2-PropZTest

```

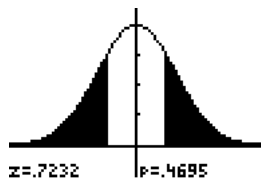
P1≠P2
Z=.7232338947
P=.4695360492
P̂1=.63
P̂2=.58
↓P=.605
  
```

2-PropZTest

```

P1≠P2
↑P̂1=.63
P̂2=.58
P=.605
n1=100
n2=100
  
```

Wähle Draw und drücke , für eine grafische Darstellung (mit weniger Zahlen).



Schritt 8: Interpretation des Resultats

Da der p -Wert von 0.4695 über dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ liegt, entscheiden wir uns dafür, die Nullhypothese **beizubehalten**.

Schritt 9: Darstellung des Resultats

Die Behauptung, es bei Schweizer Gymnasiasten einen geschlechtsspezifischen Unterschied bei der Vorliebe zwischen Englisch und Französisch gibt, kann durch die Resultate der Umfrage nicht gestützt werden. (z-Test für zwei Proportionen, zweiseitig, $\alpha = 0.05$ $p = 0.4695$, $n_1 = 100$, $n_2 = 100$).

Führe jeweils einen z-Test für zwei Proportionen mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch.

- ▶ Notiere die statistischen Hypothesen.
- ▶ Überprüfe die Voraussetzungen.
- ▶ Führe den Test mit dem Taschenrechner durch.
- ▶ Formuliere das Testergebnis.

Übung 1

Ist in der Schweiz bei den 15-jährigen Schülern der Anteil der männlichen Raucher grösser als derjenige der Mädchen?

Aus der Studie „Health Behaviour in School-aged Children“ von Marmet et al. (2015) ist bekannt, dass von den 913 befragten Jungen 6.6% Raucher und von den 886 befragten Mädchen 6.4% Raucherinnen waren.

Hypothesen:

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucher, p_2 Anteil der Raucherinnen)

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucher, p_2 Anteil der Raucherinnen)

$$H_1: p_1 > p_2$$

$$H_0: p_1 \leq p_2$$

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucher, p_2 Anteil der Raucherinnen)

$$H_1: p_1 > p_2$$

$$H_0: p_1 \leq p_2$$

Kontingenztafel:

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucher, p_2 Anteil der Raucherinnen)

$$H_1: p_1 > p_2$$

$$H_0: p_1 \leq p_2$$

Kontingenztafel:

	männlich	weiblich	Summe
raucht	60	57	117
raucht nicht	853	829	1682
Summe	913	886	1799

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucher, p_2 Anteil der Raucherinnen)

$$H_1: p_1 > p_2$$

$$H_0: p_1 \leq p_2$$

Kontingenztafel:

	männlich	weiblich	Summe
raucht	60	57	117
raucht nicht	853	829	1682
Summe	913	886	1799

Voraussetzungen:

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucher, p_2 Anteil der Raucherinnen)

$$H_1: p_1 > p_2$$

$$H_0: p_1 \leq p_2$$

Kontingenztafel:

	männlich	weiblich	Summe
raucht	60	57	117
raucht nicht	853	829	1682
Summe	913	886	1799

Voraussetzungen: erfüllt (jedes innere Feld ist > 10)

Durchführung mit dem TR:

Durchführung mit dem TR:

```
Z-Prop2Test  
x1:60  
n1:913  
x2:57  
n2:829  
P1:#P2 <P2 ▶P2  
Calculate Draw
```

Durchführung mit dem TR:

```
Z-PropZTest  
x1:60  
n1:913  
x2:57  
n2:829  
P1:#P2 <P2 ▶P2  
Calculate Draw
```

Resultat:

Durchführung mit dem TR:

```
z-Prop2Test
x1:60
n1:913
x2:57
n2:829
P1:#P2 <P2 
Calculate Draw
```

Resultat:

Aufgrund der Stichprobe ist unter den 15-jährigen Schweizer Schülern der Anteil der männlichen Raucher nicht signifikant grösser als derjenige der Mädchen (z-Test für zwei Proportionen, einseitig, $\alpha = 0.05$, $p = 0.600$, $n_1 = 913$, $n_2 = 886$).

Übung 2

Hat sich in der Schweiz der Anteil der rauchenden Schülerinnen vom Jahr 2010 zum Jahr 2014 verändert?

Aus der Studie „Health Behaviour in School-aged Children“ von Marmet et al. (2015) kann entnommen werden, dass 2010 von 965 befragten 15-jährigen Mädchen 10.6% Raucherinnen waren. Im Jahre 2014 waren es 6.4% der 886 befragten Mädchen.

Hypothesen:

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucherinnen 2010, p_2 Anteil der Raucherinnen 2014)

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucherinnen 2010, p_2 Anteil der Raucherinnen 2014)

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

$$H_0: p_1 = p_2$$

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucherinnen 2010, p_2 Anteil der Raucherinnen 2014)

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

$$H_0: p_1 = p_2$$

Kontingenztafel:

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucherinnen 2010, p_2 Anteil der Raucherinnen 2014)

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

$$H_0: p_1 = p_2$$

Kontingenztafel:

	Jahr 2010	Jahr 2014	Summe
raucht	102	57	159
raucht nicht	863	829	1692
Summe	965	886	1851

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucherinnen 2010, p_2 Anteil der Raucherinnen 2014)

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

$$H_0: p_1 = p_2$$

Kontingenztafel:

	Jahr 2010	Jahr 2014	Summe
raucht	102	57	159
raucht nicht	863	829	1692
Summe	965	886	1851

Voraussetzungen:

Hypothesen: (p_1 : Anteil der Raucherinnen 2010, p_2 Anteil der Raucherinnen 2014)

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

$$H_0: p_1 = p_2$$

Kontingenztafel:

	Jahr 2010	Jahr 2014	Summe
raucht	102	57	159
raucht nicht	863	829	1692
Summe	965	886	1851

Voraussetzungen: erfüllt (jedes innere Feld ist > 10)

Durchführung mit dem TR:

```
Z-Prop2Test:  
x1:102  
n1:863  
x2:57  
n2:829  
P1: 57/829 <P2 >P2  
Calculate Draw
```

Durchführung mit dem TR:

```
z-Prop2Test  
x1:102  
n1:863  
x2:57  
n2:829  
P1: 11.7% <P2 >P2  
Calculate Draw
```

Resultat:

Durchführung mit dem TR:

```
z-Prop2Test
x1:102
n1:863
x2:57
n2:829
P1: 11.7% <P2 >P2
Calculate Draw
```

Resultat:

Aufgrund der Stichprobe gibt es bei den Anteilen der rauchenden 15-jährigen Schweizer Schülerinnen in den Jahren 2010 und 2014 einen signifikanten Unterschied (z-Test für zwei Proportionen, zweiseitig, $\alpha = 0.05$, $p = 0.0005$, $n_1 = 965$, $n_2 = 886$).