

# Dokumentdistanz (Vektormodell)

## Motivation

Wozu ein Mass für die Ähnlichkeit zweier Dokumente?

- automatische Klassifikation von Dokumenten
- Document Retrieval (Auffinden von Dokumenten)
- Erkennung von Plagiaten

## Das Modell

In einer Sammlung von Dokumenten wird jedes Dokument als Menge von Wörtern aufgefasst. Wird die Häufigkeit der Wörter berücksichtigt, spricht man von einer *Multimenge* (*Bag of Words*).

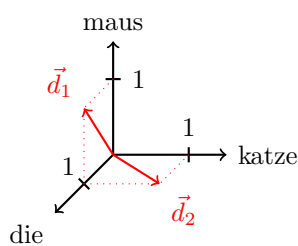
Wählt man eine willkürliche aber feste Reihenfolge in der Menge aller Wörter in der Dokumentsammlung ( $\vec{w}_1, \vec{w}_2, \dots, \vec{w}_n$ ), so lässt sich jedes Dokument  $d$  der Kollektion als Vektor

$$\vec{d} = h_1 \cdot \vec{w}_1 + h_2 \cdot \vec{w}_2 + \dots + h_n \cdot \vec{w}_n$$

im Vektorraum der  $n$  fest gewählten (Basis)Wörter darstellen. Die skalaren Komponenten  $h_1, h_2, \dots, h_n$  stellen die Häufigkeiten der entsprechenden Wörter dar.

## Beispiel 1

$\vec{d}_1 =$ „die maus“	Basisvektor	$\vec{d}_1$	$\vec{d}_2$
$\vec{d}_2 =$ „die katze“	die	1	1
	maus	1	0
	katze	0	1



Nun können wir den Winkel zwischen den vektorisierten Dokumenten  $\vec{d}_1$  und  $\vec{d}_2$  als Mass für ihre Distanz auffassen. Dafür verwenden wir die aus der Vektorgeometrie bekannte Zwischenwinkelformel:

$$\varphi = \arccos \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{|\vec{d}_1| \cdot |\vec{d}_2|}$$

### Beispiel 1 (Fortsetzung)

$$\vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ („die katze“)} \quad \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ („die maus“)}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \arccos \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} \\ &= \arccos \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ \end{aligned}$$

### Beispiel 2

$\vec{d}_1$  = „der hund jagt die katze“

$\vec{d}_2$  = „die katze jagt den hund“

$\vec{d}_3$  = „die katze jagt die maus“

Basisvektor	$\vec{d}_1$	$\vec{d}_2$	$\vec{d}_3$
der	1	0	0
hund	1	1	0
jagt	1	1	1
die	1	1	2
katze	1	1	1
den	0	1	0
maus	0	0	1

Welche der drei Dokumente haben die kleinste „Distanz“?

$$\text{dist}(\vec{d}_1, \vec{d}_2) = \arccos \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = 36.87^\circ$$

$$\text{dist}(\vec{d}_2, \vec{d}_3) = \arccos \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{7}} = 47.46^\circ$$

$$\text{dist}(\vec{d}_3, \vec{d}_1) = \arccos \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{7}} = 47.46^\circ$$

### Bemerkungen

- Es treten nur Winkel zwischen  $0^\circ$  (wortmässige Übereinstimmung) und  $90^\circ$  (disjunkte Wortmengen) auf.
- In bestimmten Situationen kann es sinnvoll sein, Wörter höchstens einfach zu zählen oder Wörter aus den Dokumenten zu entfernen, die keinen Beitrag zu ihrer Charakterisierung leisten (*Stop words*).

## Geschichte

Das Vektorraummodell geht auf Gerhard Salton zurück, der es in den 60er Jahren bei der Arbeit am SMART-Projekt (System for the Mechanical Analysis and Retrieval of Text) entwickelt hat (Fuhr, 2006).

## Quellen

Demaine, E. (2011). Lecture 2: Models of Computation, Document Distance. 33'–43'.  
<https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-006-introduction-to-algorithms-fall-2011/lecture-videos/lecture-2-models-of-computation-document-distance/>  
(7.9.2018)

Fuhr, N. (2006). *Information Retrieval*. Skriptum zur Vorlesung im SS 06.  
[http://www.is.informatik.uni-duisburg.de/courses/ir\\_ss06/fohlen/irskall.pdf](http://www.is.informatik.uni-duisburg.de/courses/ir_ss06/fohlen/irskall.pdf) (7.9.2018)