Aufgabe 1.1

Gegeben: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ und $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, $C = \{2, 4, 7\}$
Bestimme

(a) $A \cup B$
(b) $A \cap B$
(c) $A \cap C$
(d) $B \setminus A$
(e) $C \setminus B$
(f) $\overline{B}$

Aufgabe 1.2

Die Mengen $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, $C = \{3, 4, 5\}$ sind Teilmenge der Grundmenge $\Omega = \{1, 2, \ldots, 9\}$. Bestimme damit:

(a) $\overline{A}$
(b) $\overline{B}$
(c) $A \setminus B$
(d) $B \setminus A$
(d) $A \setminus C$
(c) $C \setminus A$
(e) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$
(f) $\overline{A \cup B}$
(g) $\overline{A} \cup \overline{B}$
(h) $\overline{A} \cap \overline{B}$

Aufgabe 1.3

Gegeben ist $A = \{1, 2, 3\}$ und $B = \{2, 3\}$. Bestimme

(a) $A \times B$
(b) $B \times A$
(c) B^2
(d) $(A \times B) \setminus (B \times A)$
(e) $(A \times A) \setminus (B \times B)$

Aufgabe 1.4

Bestimme die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ der gegebenen Menge M. (Die Potenzmenge von M ist *die Menge aller Teilmengen von* M.)

(a) $M = \{1, 2\}$
(b) $M = \{\,\}$
(c) $M = \{a, b, c\}$

Aufgabe 1.5

Wie viele Teilmengen hat eine Menge

(a) mit 4 Elementen,

(b) mit 10 Elementen,

(c) mit n Elementen?

Aufgabe 1.6

Beweise: Aus $A \subset B$ und $B \subset C$ folgt $A \subset C$.

Aufgabe 1.7

Zeige mit einem Gegenbeispiel, dass aus $A \cap B = A \cap C$ im Allgemeinen nicht $B = C$ folgt.

Aufgabe 1.8

Beweise: Sind A und B Teilmengen einer Grundmenge Ω, so gilt $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.

Aufgabe 1.9

Illustriere die Regeln von De Morgan

(a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

(b) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

mit einem Venn-Diagramm.

Aufgabe 1.10

Welche der Mengen sind endlich, welche abzählbar unendlich und welche überabzählbar?

(a) $A = \{x \mid x \text{ ist die Anzahl der Kantone der Schweiz}\}$

(b) $B = \{x \mid x \text{ ist Ziffer in der Dezimalentwicklung von } \pi\}$

(c) $C = \{x \in \mathrm{R} \colon 0.1 < x < 0.2\}$

(d) $D = \{x \in \mathrm{N} \colon x \text{ ein Vielfaches von } 17\}$

(e) $E = \{x \in \mathrm{R} \colon x \text{ ist ein ganzzahliger Teiler von } 12\}$

(f) $F = \{P(x, y) \in \mathrm{R}^2 \colon P \text{ ist ein Punkt auf dem Einheitskreis}\}$

Aufgabe 1.11

In einer Umfrage wurden 70 Personen befragt

- 24 lesen Zeitung A
- 31 lesen Zeitung B
- 19 lesen Zeitung C
- 7 lesen Zeitung A und B
- 3 lesen Zeitung B und C
- 5 lesen Zeitung C und A
- 2 Personen lesen alle drei Zeitungen

(a) Wie viele Befragte lesen mindestens eine der drei Zeitungen?

(b) Wie viele Befragte lesen keine der drei Zeitungen?

(c) Wie viele Befragte lesen genau eine der drei Zeitungen?

Aufgabe 2.1

Beschreibe den Stichprobenraum der folgenden Zufallsexperimente in aufzählender Form, d.h. $\Omega = \{\dots\}$. Es können sinnvolle Abkürzungen verwendet werden (z. B. Z für Zahl).

(a) Mit verbundenen Augen zweimal auf ein Tor schiessen.

(b) Eine Münze wird dreimal nacheinander geworfen.

(c) In einer Urne liegen zwei schwarze, zwei weisse und eine rote Kugel. Es werden nacheinander und ohne Zurücklegen zwei Kugeln gezogen.

(d) Zwei gleich aussehende Spielwürfel werden geworfen.

(e) Ein Spielwürfel wird so lange geworfen, bis erstmals die Augenzahl 5 erscheint.

Aufgabe 2.2

Gegeben ist ein Zufallsexperiment. Formuliere zum Ereignis E das Gegenereignis $\overline{E}$.

(a) Eine Münze wird zweimal nacheinander geworfen.

E: Es liegt genau einmal *Wappen* oben.

(b) Eine Münze wird zweimal nacheinander geworfen.

E: Es liegt mindestens einmal *Wappen* oben.

(c) Ein Auto muss nacheinander zwei zufällig geschaltete Ampeln (grün, orange, rot) passieren.

E: Das Auto passiert beide Ampeln bei „grün“.

Aufgabe 2.3

Ein Spielwürfel zweimal nacheinander geworfen. Bestimme die Ereignisse E_1 und E_2 und ihre jeweilige Verknüpfung in aufzählender Form.

(a) E_1: Die Summe der Augenzahlen beträgt 8.

E_2: Beide Augenzahlen sind gerade.

E_1 und $E_2 = ?$

(b) E_1: Das Produkt der Augenzahlen ist 10.

E_2: Der Unterschied der beiden Augenzahlen ist 5.

E_1 oder $E_2 = ?$

(c) E_1: Die Summe der Augenzahlen beträgt mindestens 10.

E_2: Das Produkt der Augenzahlen beträgt 24

E_1 und $\overline{E}_2 = ?$

Aufgabe 2.4

Bei Würfeln mit einem Spielwürfel ($\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) sind folgende Ereignisse gegeben: $A = \{2, 6\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{1, 3, 5\}$, $D = \{3, 4\}$ und $E = \{5\}$

(a) Bestimme das Gegenereignis von A?

(b) Welches ist das sichere Ereignis?

(c) Welche Ereignisse sind Elementarereignisse?

(d) Welche der gegebenen Ereignisse ziehen andere nach sich?

(e) Bestimme das Ereignis „C oder D tritt ein“.

(f) Bestimme das Ereignis „Ereignis C und D tritt ein“.

(g) Welche Ereignispaare sind unvereinbar?

Aufgabe 2.5

Drücke jedes der folgenden Ereignisse durch die Ereignisse A, B und C durch die Mengenoperationen *Vereinigung*, *Durchschnitt* und *Komplenent* aus. Zeichne jeweils das entsprechende Venn-Diagramm.

(a) Mindestens eines der Ereignisse A, B, C tritt ein.

(b) Höchstens eines der Ereignisse A, B, C tritt ein.

(c) Keines der Ereignisse A, B, C tritt ein.

(d) Alle drei Ereignisse A, B, C treten ein.

(e) Genau eines der Ereignisse A, B, C tritt ein.

(f) Die Ereignisse A und B treten ein; jedoch nicht Ereignis C.

(g) A tritt ein oder B tritt nicht ein.

Aufgabe 2.6

Im Kollegi arbeiten 60% der Schüler genau, 70% arbeiten schnell und 40% arbeiten schnell und genau. Nun wird ein Schüler zufällig herausgegriffen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit arbeitet er

(a) schnell und genau?

(b) schnell und nicht genau?

(c) weder schnell noch genau?

Aufgabe 2.7

Ein fairer Spielwürfel wird einmal geworfen. Betrachte folgende Ereignisse

- A: Die Augenzahl ist gerade.
- B: Die Augenzahl ist prim.
- C: Die Augenzahl ist grösser als 2.

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

(a) $P(A)$

(b) $P(B)$

(c) $P(C)$

(d) $P(A \cap B)$

(e) $P(B \cup C)$

(f) $P(A \cap B \cap C)$

(g) $P(\overline{A} \cup B)$

(h) $P(A \cup B \cup \overline{C})$

Aufgabe 2.8

Gegeben: Stichprobenraum Ω und Ereignisse A, B in Ω
Beweise mit Hilfe der Axiome von Kolmogoroff folgende Aussagen:

(a) $P(\text{ø}A) = 1 - P(A)$

(b) $P(\emptyset) = 0$

(c) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

(d) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Aufgabe 2.9

Eine faire Münze mit den zwei Seiten *Wappen* (W) und *Zahl* (Z) wird dreimal nacheinander geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse.

(a) dreimal *Wappen*

(b) die Folge *Wappen*, *Zahl*, *Wappen*

(c) alle Folgen mit zweimal *Wappen* und einmal *Zahl*

(d) alle Folgen mit mehr *Wappen* als *Zahl*

Aufgabe 2.10

Ein fairer Spielwürfel wird zweimal geworfen. X bezeichnet das Resultat des ersten Wurfs, Y das Resulat des zweiten Wurfs. Bestimme die Wahrscheinlichkeit der folgende Ereignisse.

(a) $E = \{(x, y) \colon X = Y\}$

(b) $E = \{(x, y) \colon X + Y > 10\}$

(c) $E = \{(x, y) \colon Y \neq 4\}$

(d) $E = \{(x, y) \colon X - Y = 2\}$

(e) $E = \{(x, y) \colon |X - Y| = 3\}$

(f) $E = \{(x, y) \colon \max(X, Y) = 4\}$

Aufgabe 2.11

Aus einer Schachtel mit 7 weissen, 5 blauen und mehreren roten Kugeln wird zufällig eine Kugel gezogen. Wie viele rote Kugelln befinden sich in der Schachtel, wenn die Wahrscheinlichkeit,

(a) dass die gezogene Kugel weiss ist, $\frac{1}{3}$ beträgt,

(b) dass die gezogene Kugel rot ist, $\frac{1}{4}$ beträgt,

(c) dass die gezogene Kugel blau ist, grösser als $\frac{3}{10}$ ist.

Aufgabe 2.12

Eine Urne enthält 1000 Kugeln mit den Nummern

$$100, 101, 102, \ldots, 999.$$

Eine Kugel wird zufällig gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl auf der Kugel

(a) durch 10 teilbar ist,

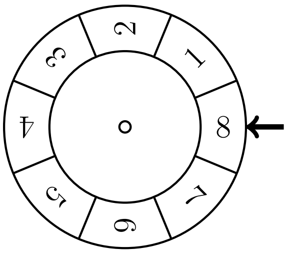
(b) nicht durch 6 teilbar ist,

(c) durch 2 und durch 7 teilbar ist,

(d) durch 2 oder 7 aber nicht durch 2 und 7 teilbar ist.

Aufgabe 2.13

Ein faires Glücksrad wird zweimal gedreht. Die erste Drehung erzeugt die Zehnerziffer Z, die zweite die Einerziffer E einer Zahl X.



Berechne die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

(a) $A = \{x\colon X = 55\}$,

(b) $B = \{x\colon E + Z = 9\}$,

(c) $C = \{x\colon 50 \leq X \leq 70\}$.

Aufgabe 2.14

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im gleichen Jahr der 4.4., 6.6., 8.8., 10.10. und 12.12 auf den gleichen Wochentag fallen?

Aufgabe 2.15

Bestimme den Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(4)$ für die Augenzahl 4 bei einem Spielwürfel, der wie folgt gezinkt wurde.

(a) Die Augenzahl 6 kommt im Mittel doppelt so häufig vor wie jede der anderen Augenzahlen.

(b) Die Wahrscheinlichkeiten sind proportional zur Augenzahl.

(c) Die Wahrscheinlichkeiten für die Augenzahlen 1 bis 6 bilden eine aufsteigende arithmetische Folge mit $P(1) = \frac{1}{9}$.

Aufgabe 2.16

Ein Ball von 5 cm Durchmesser wird, ohne dass dabei gezielt wird, gegen ein Drahtgitter mit quadratischen Maschen von 8 cm Seitenlänge geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Ball, ohne einen Draht zu berühren, durch das Gitter hindurchfliegt? Die Dicke des Drahts kann dabei vernachlässigt werden.

Aufgabe 2.17

Man wirft ein Geldstück von 2 cm Durchmesser zufällig auf ein Schachbrett, dessen Felder eine Seitenlänge von 4 cm haben. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es ganz in einem schwarzen Feld liegt? (Dabei betrachten wir nur die Würfe, bei denen das Geldstück ganz innerhalb des Schachbrettes von 32 cm Seitenlänge liegt.)

Aufgabe 2.18

Xenia und Yves wählen jeweils zufällig und unabhängig voneinander eine reelle Zahl aus dem Intervall $[0, 2]$. Es wird eine uniforme (gleichförmige) Wahrscheinlichkeitsverteilung vorausgesetzt, bei der ein Ereignis proportional zur seinem Flächeninhalt in der grafischen Darstellung ist. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

(a) Die von Xenia gewählte Zahl ist grösser als 1.5 und die von Yves ist kleiner als 0.8.

(b) Mindestes eine der gewählten Zahlen ist grösser als 1.

(c) Die beiden gewählten Zahlen sind gleich.

(d) Die von Xenia gewählte Zahl ist höchstens um 1 grösser als die Zahl, die Yves gewählt hat.

(d) Die von Xenia gewählte Zahl unterscheidet sich um mindestens 1 von der, die Yves gewählt hat.

Aufgabe 2.19

x und y seien zwei uniform (gleichförmig) verteilte und unabhängige Zufallszahlen im Intervall $I = [0, 1]$. Berechne die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

(a) $x = y$

(b) $y \leq x$

(c) $y < x$

(d) $y > x^2$

(e) $x + y \leq 1$

(f) $\frac{1}{2} \leq x \cdot y$

Aufgabe 3.1

Wir werfen zwei faire Spielwürfel.

(a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, einen Pasch (zwei gleiche Augenzahlen) zu werfen?

(b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, einen Pasch zu werfen, wenn bekannt ist, dass die Summe der Augenzahlen kleiner oder gleich 4 ist.

(c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Würfel die Augenzahl 6 zeigt.

(d) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Würfel die Augenzahl 6 zeigt, wenn bekannt ist, dass die Augenzahlen verschieden sind.

Aufgabe 3.2

Max hat für den kommenden Samstag folgenden Präferenzen:

- Wenn die Sonne scheint, wird er entweder das Freibad besuchen (60%) oder Beachvolleyball spielen.
- Wenn die Sonne nicht scheint, wird er entweder mit Freunden ins Kino gehen (80%) oder sich auf die Mathematik-Prüfung am nächsten Montag vorbereiten.

Am kommenden Samstag scheint die Sonne mit einer Wahrscheinlichkeit von 70%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ...

(a) besucht Max das Freibad?

(b) spielt Max Beachvolleyball?

(c) geht Max ins Kino?

(d) lernt Max für die Prüfung?

Aufgabe 3.3

Es seien Ω ein Stichprobenraum, Σ die Sigma-Algebra von Ω und P eine Wahrscheinlichkeitsfunktion, welche die Axiome von Kolmogoroff erfüllt. Ferner sei $C \in \Sigma$ mit $P(C) \neq 0$.

Zeige, dass für beliebige disjunkte Ereignisse A, $B \in \Sigma$ folgende Formel gilt:

$$P(A \cup B \mid C) = P(A \mid C) + P(B \mid C)$$

Aufgabe 3.4

Eine Lieferung von 100 Stück eines Artikels wird geprüft, indem zufällig 4 Artikel ausgewählt und untersucht werden. Wenn mindestens einer der Artikel defekt ist, wird die Lieferung zurückgewiesen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung zurückgewiesen wird, wenn sich darin insgesamt 5 defekte Artikel befinden.

Aufgabe 3.5

Es seien Ω ein Stichprobenraum, Σ die Sigma-Algebra von Ω und P eine Wahrscheinlichkeitsfunktion, welche die Axiome von Kolmogoroff erfüllt. Ferner sei $B \in \Sigma$ mit $P(B) \neq 0$.

Zeige, dass für ein beliebiges Ereignis $A \in \Sigma$ die folgende Formel gilt:

$$P(A \cap B|B) = P(A|B)$$

Aufgabe 3.6

Eine PAM-Klasse, die aus 4 Schülerinnen und 12 Schülern besteht, soll zufällig (z. B. durch das Los) in 4 gleich grosse Gruppen eingeteilt werden. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in jeder Gruppe genau ein Mädchen befindet?

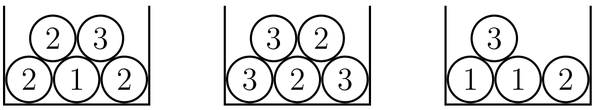
Hinweis: Betrachte die folgenden Ereignisse

- $A_1 = \{$Schülerin 1 ist in irgend einer Gruppe$\}$
- $A_2 = \{$Schülerin 1 und 2 sind in verschiedenen Gruppen$\}$
- $A_3 = \{$Schülerin 1, 2 und 3 sind in verschiedenen Gruppen$\}$
- $A_4 = \{$Schülerin 1, 2, 3 und 4 sind in verschiedenen Gruppen$\}$

und fasse Ereignis A_4 als Resultat eines mehrstufigen Versuchs auf.

Aufgabe 3.7

In drei Gefässen befinden sich nummerierte Kugeln.



Gefäss 1 Gefäss 2 Gefäss 3

Die Kugeln in den Gefässen werden gut gemischt. Aus Gefäss 1 wird zufällig eine Kugel gezogen, deren Nummer n_1 notiert und wieder ins Gefäss 1 zurückgelegt. Anschliessend wird aus dem Gefäss mit der Nummer n_1 eine zweite Kugel gezogen, deren Nummer n_2 notiert und wieder in ihr Gefäss zurückgelgt. Dann wird aus dem Gefäss mit der Nummer n_2 eine dritte Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat

(a) die zweite gezogene Kugel die Nummer 3?

(b) die dritte gezogene Kugel die Nummer 1?

Aufgabe 3.8

Eine Urne enthält 7 rote und 3 weisse Kugeln. Es weden zwei Kugeln nacheinander ohne zurücklegen gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

(a) dass die zweite gezogene Kugel rot ist, wenn die erste Kugel bereits rot war.

(b) dass die zweite gezogene Kugel rot ist, wenn die erste Kugel weiss war.

Aufgabe 3.9

Eine Urne enthält 400 Kugeln. Einige davon sind rot, die übrigen sind weiss. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, das die beiden gezogenen Kugeln unterschiedliche Farben haben, beträgt $\frac{1}{2}$.

Wie viele rote und weisse Kugeln befanden sich vor der Ziehung in der Urne?

Aufgabe 4.1

Eine Fabrik verwendet die Maschinen A, B und C, um einen bestimmten Artikel herzustellen.

- Maschine A stellt 50% der Artikel her, von denen 3% defekt sind.
- Maschine B stellt 30% der Artikel her, von denen 4% defekt sind.
- Maschine C stellt 20% der Artikel her, von denen 5% defekt sind.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewählter Artikel defekt ist.

Aufgabe 4.2

In einer Stadt betrachten sich 40% der Bewohner als Konservativ (K), 20% als Liberal (L), 30% als Fortschrittlich (F) und 10% als Unabhängig (U).

Üblicherweise gehen

- 50% der Konservativen
- 40% der Liberalen
- 60% der Fortschrittlichen
- 30% der Unabhängigen

zur Urne.

Wir wählen zufällig vor einem der Wahllokale eine Person aus, von der sich herausstellt, dass sie Wählerin ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit betrachtet sie sich als Unabhängig?

Aufgabe 4.3

Von 1000 “idealen“ Münzen hat eine auf beiden Seiten „Wappen“, die übrigen sind „normal“.

Aus diesen Münzen wird zufällig und “blind“ eine ausgewählt und 10 Mal geworfen. Das Ergebnis ist 10 Mal Wappen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben wir eine der „normalen“ Münzen gezogen?

Aufgabe 4.4

Es sind drei faire Münzen gegeben. Die erste hat „Wappen“ auf beiden Seiten, die zweite „Zahl“ auf beiden Seiten und die dritte sowohl „Wappen“ als auch „Zahl“.

Wir wählen eine der Münzen zufällig aus, werfen sie und erhalten „Wappen“. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass auch die andere Seite „Wappen“ zeigt.

Aufgabe 4.5

In einem Fabrikationbetrieb weiss man auf Grund von Beobachtungen über einen längeren Zeitraum, dass 95% der hergestellten Apparate einwandfrei sind.

Jeder neue Apparat wird geprüft, bevor er die Fabrik verlässt. Das Prüfverfahren erklärt 97% der wirklich einwandfreien Apparate als „in Ordnung“. Aber auch 2% der nicht einwandfreien Geräte werden als „in Ordnung“ bezeichnet.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ...

(a) ein Apparat wirklich einwandfrei ist und auch als „in Ordnung“ bezeichnet wird?

(b) dass ein zufällig aus der Produktion gegriffener Apparat als „in Ordnung“ bezeichnet wird?

(c) dass ein Apparat, der die Kontrolle mit „in Ordnung“ passiert, auch wirklich einwandfrei ist.

Aufgabe 4.6

Max möchte den kommenden Samstag mit seinen Kollegen verbringen.

Wenn es nicht regnet, werden sie mit 80%-iger Wahrscheinlichkeit ein Stadt-Suchspiel („Foxtrail“) durchführen. Andernfalls gehen sie ins Kino.

Wenn es hingegen regnet, werden sie mit 90%-iger Wahrscheinlichkeit ins Kino gehen. Sollten sie sich gegen das Kino entscheiden, würden sie trotz des schlechten Wetters das Stadt-Suchspiel durchführen.

Am kommenden Samstag soll es mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% regnen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit geht Max mit seinen Kollegen ins Kino?

Aufgabe 4.7

Von 4 Karten ist eine auf beiden Seiten blau bemalt, zwei sind auf beiden Seiten rot bemalt und eine ist auf einer Seite rot und auf der anderen Seite blau bemalt.

Eine Karte wird zufällig gezogen und zufällig auf eine ihrere Seiten gelegt. Die sichtbare Seite ist rot. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die untere Seite blau ist?

Aufgabe 4.8

Laut Polizeistatistik beträgt die Wahrscheinlichkeit für einen Einbruch in einem bestimmten Wohnquartier im Mittel 0.0001 pro Haus und Tag.

Findet ein Einbruch statt, löst eine Alarmanlage mit 99.9% den Alarm aus. Umgekehrt, ist die Alarmanlage so empfindlich eingestellt, dass sie ohne einen Einbruch mit der Wahrscheinlichkeit von 0.0005 aktiviert wird (z. B. durch Tiere oder schwache Erdbeben).

Nun wird ein Alarm ausgelöst. Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet auch wirklich ein Einbruch statt?

Aufgabe 5.1

Ein fairer Spielwürfel wird zweimal geworfen. Sind die beiden Ereignisse unabhängig?

- A: Die Summe der Augenzahlen ist durch 2 teilbar
- B: Das Produkt der Augenzahlen ist nicht durch 2 teilbar

Aufgabe 5.2

Ein fairer Spielwürfel wird zweimal geworfen. Sind die Ereignisse unabhängig?

- A: Die Summe der Augenzahlen ist durch 2 teilbar
- B: Produkt der Augenzahlen ist 12

Aufgabe 5.3

Ein fairer Spielwürfel wird zweimal geworfen. Sind die Ereignisse unabhängig?

- A: Summe der Augenzahlen ist höchstens 7
- B: Produkt der Augenzahlen ist 12

Aufgabe 5.4

Eine faire Münze wird 12 Mal nacheinander geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass dabei ...

(a) niemals „Zahl“

(b) mindestens einmal “Zahl“

(c) zwölfmal „Zahl“

(d) zweimal „Zahl“

(e) elfmal „Zahl“

(f) mindestens elfmal „Zahl“

(g) höchstens sechsmal „Zahl“

(h) 4- bis 9-mal (inklusive) „Zahl“

erscheint.

Aufgabe 5.5

Aus einer Urne mit zehn roten und fünf weissen Kugeln werden acht Kugeln mit Zurücklegen entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man vier bis sechs rote Kugeln?

Aufgabe 5.6

In einer Prüfung sind fünf Fragen zu beantworten. Für jede Frage stehen jeweils drei Antworten zu Auswahl, von denen genau eine richtig ist.

Ein Kandidat geht gänzlich unvorbereitet an diese Prüfung und wählt die Antworten rein zufällig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit löst der Kandidat ...

(a) keine Frage richtig

(b) mindestens eine Frage richtig

(c) alle Fragen richtig

(d) mindestens vier Fragen richtig

Aufgabe 5.7

Wirft man einen Reissnagel, so kommt er in 60% der Fälle in Kopflage und in 40% der Fälle in Seitenlage zur Ruhe. Jemand wirft zehn dieser Reissnägel. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er mehr als dreimal die Seitenlage?

Aufgabe 5.8

Nach Angaben der Post erreichen 90% aller Inlandbriefe den Empfänger am nächsten Tag. Johanna verschickt acht Einladungen zu ihrem Geburtstag. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind ...

(a) alle Einladungen am nächsten Tag zugestellt?

(b) mindestens sechs Einladungen am nächsten Tag zugestellt?

Aufgabe 5.9

Eine gewisse Eigenschaft sei in einer Bevölkerung mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% anzutreffen. Wie viele Personen sind mindestens zufällig auszuwählen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens eine Person mit der Eigenschaft zu finden?

Aufgabe 5.10

Wie viele Komponenten mit einer Zuverlässigkeit von je 35% müssen mindestens parallel geschaltet werden, damit die Zuverlässigkeit des Parallelsystems mindestens 99% beträgt?

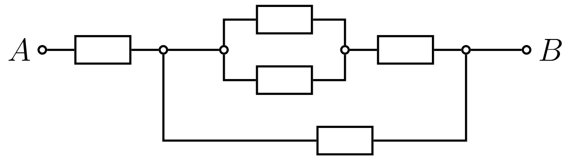
Aufgabe 5.11

Anna und Bea wollen mit einem Münzwurf entscheiden, ob sie ins Kino oder ins Theater gehen sollen. Unglücklicherweise steht ihnen nur eine gezinkte Münze (mit unbekannter Wahrscheinlichkeit) zur Verfügung.

Wie können sie diese Münze einsetzen, um mit gleicher Wahrscheinlichkeit eine Entscheidung fürs Theater oder fürs Kino herbeizuführen und ohne die Münze vorher zu „testen“?

Aufgabe 5.12

Das unten abgebildete System besteht aus Komponenten, die sich alle unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit p im funktionierenden Zustand befinden.



Das Gesamtsystem ist funktionierend, wenn es einen funktionierenden Weg vom Anfangspunkt A zum Endpunkt B gibt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit geschieht dies? Vereinfache den Term so weit wie möglich.

Aufgabe 5.13

Bei einer Nachrichtenübertragung werden zwei Zeichen 0 und 1 mit der gleichen Wahrscheinlichkeit von 99% richtig übertragen. Eine Sequenz besteht aus 8 Zeichen. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

(a) Die Sequenz wird fehlerfrei übertragen.

(b) Nur die ersten sechs Zeichen werden fehlerfrei übertragen.

(c) Fünf Zeichen werden fehlerfrei übertragen.

(d) Mindestens 7 Zeichen werden fehlerfrei übertragen.

Nun werden 24 aufeinanderfolgende Sequenzen (aus je 8 Zeichen) übertragen.

(e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden mindestens 20 Sequenzen richtig übertragen?

Aufgabe 6.1

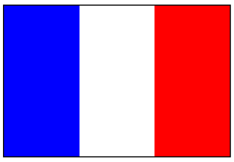
Die Ziffern einer Zahl sollen durch Werfen eines Spielwürfels bestimmt werden. Wie viele fünfstellige Zahlen sind denkbar?

Aufgabe 6.2

Aus 5 Australiern, 12 Belgierinnen und 6 Chinesen sollen 2 Personen verschiedener Nationalität ausgewählt werden. Auf wie viele Arten geht das?

Aufgabe 6.3

Die untenstehende Flagge diene als Modell: Wie viele Nationalflaggen von diesem Muster kann man mit 6 Farben entwerfen, wenn zwei nebeneinanderliegende Streifen nicht die gleiche Farbe haben sollen?



Aufgabe 6.4

Zwölf Spieler bestreiten ein Schachturnier. Die erste Runde besteht aus 6 Partien, die gleichzeitig gespielt werden. Wie viele verschiedene Paarungen sind für die erste Runde möglich?

Aufgabe 6.5

Vereinfache und berechne:

(a) $\dfrac{10!}{7!}$

(b) $\dfrac{4 \cdot 5!}{5 \cdot 4!}$

(c) $\dfrac{12!}{(6!)^2}$

(d) $2^{6!} : 2^{713}$

Aufgabe 6.6

Die sieben Frauen und Herren Bundesräte sollen sich für eine Gruppenaufnahme in einer Reihe aufstellen. Auf wie viele Arten ist dies möglich?

Aufgabe 6.7

Fünf Kriminalromane, drei Kochbücher und sieben Bildbände sollen auf einem Regal nebeneinander gestellt werden.

(a) Auf wie viele Arten geht dies, wenn alle Bücher verschieden sind?

(b) Auf wie viele Arten geht dies, wenn alle Bücher der gleichen Art nebeneinander stehen sollen?

Aufgabe 6.8

Eine walisische Ortschaft hat den Namen *CWMFFRWD*. Wie viele verschiedene „Wörter“ lassen sich aus den Buchstaben dieses Ortsnamens bilden?

Aufgabe 6.9

Fünf Damen und fünf Herren kommen an ein Drehkreuz. Sie passieren das Drehkreuz nacheinander.

(a) Auf wie viele Arten können sie das Drehkreuz passieren?

(b) Wie viele Arten verbleiben, wenn die Damen den Vortritt haben?

(c) Es handle sich um 5 Paare, die das Drehkreuz hintereinander passieren. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt?

Aufgabe 6.10

Ein Signal kann durch sieben Flaggen, die untereinander hängen, gegeben werden. Man hat vier gleiche rote, zwei gleiche blaue und eine gelbe Fahne zur Verfügung. Wie viele verschiedene Signale kann man damit geben?

Aufgabe 6.11

Der PIN-Code einer EC-Karte besteht aus einer Ziffernfolge von 6 Ziffern

(a) Wie viele verschiedene PIN-Codes sind möglich?

(b) Wenn man pro Code-Eingabe 5 Sekunden benötigt, wie viele Tage bräuchte man höchstens, um einen PIN-Code „zu erraten“?

Aufgabe 6.12

Auf wie viele Arten kann Franz acht voneinander unterscheidbare Murmeln in seinen beiden Hosentaschen unterbringen?

Aufgabe 6.13

Wie viele Teilmengen hat eine n-elementige Menge?

Aufgabe 6.14

Auf wie viele Arten können sich 7 Gäste auf 10 Stühle setzen?

Aufgabe 6.15

Wie viele Möglichkeiten gibt es,

(a) 5 Autos (b) 11 Autos (c) 12 Autos

zu parkieren, wenn 12 Parkplätze frei sind?

Aufgabe 6.16

Berechne ohne Taschenrechner:

(a) $\binom{143}{143}$ (b) $\binom{17}{16}$ (c) $\binom{101}{99}$

Aufgabe 6.17

Auf wie viele Arten kann man aus 11 Personen einen Viererausschuss wählen?

Aufgabe 6.18

An zwei Tischen gibt es drei bzw. vier freie Plätze. Auf wie viele Arten kann man sieben Gäste auf die beiden Tische verteilen?

Aufgabe 6.19

Auf wie viele Arten kann man aus 10 Frauen und 5 Männern einen Ausschuss aus 6 Frauen und 3 Männern auswählen?

Aufgabe 6.20

In der Ebene sind 45 Punkte gegeben.

(a) Wie viele Geraden sind durch sie höchstens bestimmt?

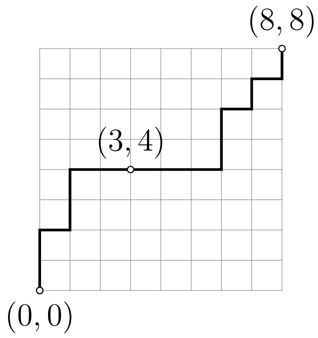
(b) Wie viele Kreise sind durch sie höchstens bestimmt?

Aufgabe 6.21

Lehrer Frei wohnt in $(0,0)$ und arbeitet in $(8,8)$.

(a) Wie viele kürzeste Arbeitswege (wie den eingezeichneten) gibt es?

(b) Herr Frei nimmt jeden Morgen seine Kollegin mit, die in $(3,4)$ wohnt. Wie viele verschiedene Wege gibt es nun?



Aufgabe 6.22

Auf wie viele Arten kann man aus 10 Volleyballspielern zwei Fünfermannschaften bilden?

Aufgabe 6.23

Aus wie vielen Personen besteht eine Gesellschaft, wenn beim Anstossen 190 mal die Gläser klingen?

Aufgabe 6.24

Auf wie viele Arten kann man 12 gleiche Tafeln Schokolade auf 3 Kinder verteilen, wenn kein Kind leer ausgehen soll?

Aufgabe 6.25

Ein Eishockeyspiel endet mit 8 : 5. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Drittelsresultate?

Aufgabe 6.26

Auf wie viele Arten kann man 54 Parlamentssitze auf vier Parteien verteilen?

Aufgabe 6.27

(a) Wie viele Diagonalen hat ein regelmässiges 37-Eck?

(b) Wie viele Diagonalen hat allgemein ein regelmässiges n-Eck?

Aufgabe 6.28

Eine Klasse mit 10 Schülerinnen und 8 Schülern möchte eine vierköpfige Delegation bilden, in der beide Geschlechter vertreten sein sollen. Auf wie viele Arten ist dies möglich?

Aufgabe 6.29

Am Sporttag trägt jeder Schüler einer 15-köpfigen Klasse eine Startnummer. Es gibt 6 rote, 5 blaue und 4 gelbe Startnummern, die fortlaufenden Nummern versehen sind.

(a) Auf wie viele Arten können die Leibchen auf die Klasse verteilt werden?

(b) Wie gross ist die Anzahl Verteilungsmöglichkeiten, wenn André, Brigitte und Christian blaue Startnummern tragen?

Aufgabe 6.30

Am Sporttag trägt jeder Schüler einer 15-köpfigen Klasse ein T-Shirt mit dem Logo der Schule. Es gibt 6 rote, 5 blaue und 4 gelbe T-Shirts.

(a) Auf wie viele Arten können die Leibchen auf die Klasse verteilt werden?

(b) Wie gross ist die Anzahl Verteilungsmöglichkeiten, wenn André, Brigitte und Christian blaue Leibchen tragen?

Aufgabe 6.31

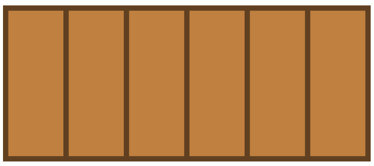
Wie viele verschiedene Wörter kann man mit den 13 Buchstaben des Wortes

ANTEATEREATER

bilden?

Aufgabe 6.32

Eine Tafel Schokolade besitzt fünf Rillen, an denen sie gebrochen werden kann.



Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Schokolade

(a) in drei Teile (b) in vier Teile (c) irgendwie

entlang der Rillen zu zerlegen?

Aufgabe 6.33

Auf einem Parkplatz sind noch 6 Parkplätze frei. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die freien Parkplätze den ankommenden Autos zuzuteilen, wenn

(a) 3 Autos,
(b) 6 Autos,
(c) 8 Autos

ankommen?

Aufgabe 6.34 (Jassen)

(a) Die Herren Amberg, Brechbühl, Christinger und Dietler jassen einen Schieber. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 36 Karten gleichmässig auf die vier Spieler aufzuteilen?

(b) Herr Dietler ist krank und die andern spielen zu dritt. Jeder bekommt 12 Karten. Gibt es nun mehr oder weniger Verteilungsmöglichkeiten als beim Schieber?

(c) Wie viele Verteilungen beim Schieber gibt es, bei denen Amberg vier Nell (d.h. vier Neuner) und Dietler vier Bauern hat?

Aufgabe 6.35

Drei Studentinnen und zwei Studenten fahren mit einem Auto in die Ferien. Nur zwei Studentinnen haben einen Führerschein. Wie viele Sitzverteilungen gibt es, wenn es genau 5 Plätze im Auto gibt?

Aufgabe 6.36

Eine Fahrschülerin muss bei einer Prüfung 8 von 12 Fragen beantworten.

(a) Wie viele Auswahlmöglichkeiten hat sie?

(b) Wie viele Auswahlmöglichkeiten bleiben ihr, wenn sie die ersten vier Fragen beantworten muss?

(c) Wie viele Möglichkeiten bleiben ihr, wenn sie genau vier von den ersten sieben Fragen beantworten muss?

(d) Wie viele Möglichkeiten bleiben ihr, wenn sie mindestens vier von den ersten sieben Fragen beantworten muss?

Aufgabe 6.37

(a) Auf wie viele Arten können 17 Skifahrer auf drei Gondeln verteilt werden, wenn alle drei Gondeln für sämtliche Personen genügend Platz hätten?

(b) Wie viele Möglichkeiten verbleiben, wenn die eine Gondel noch 6, die zweite noch 4 und die dritte noch 7 freie Plätze haben?

(c) Wie viele Möglichkeiten verbleiben, wenn ausserdem (neben den Bedingungen von Teilaufgabe (b) die beiden Freundinnen Nicole und Ruth zusammen in der gleichen Gondel fahren möchten?

Aufgabe 7.1

Mit einem idealen Spielwürfel wird dreimal gewürfelt. Die Zufallsgrösse X wird durch die Summe der Augenzahlen definiert. Berechne

(a) $P(X = 6)$ (b) $P(X > 18)$ (c) $P(X \leq 4)$

Aufgabe 7.2

Auf einen Stichprobenraum $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ ist folgende Wahrscheinlichkeitsfunktion gegeben:

ω_i	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$P(\{\omega_i\})$	0.1	0.3	0.2	0.3	0.1

Darüber hinaus ist folgende Zufallsvariable X auf Ω definiert:

ω_i	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$X(\omega_i)$	2	3	5	2	1

Berechne:

(a) $P(X = 2)$ (b) $P(X > 3)$ (c) $P(X^2 < 5)$

Aufgabe 7.3

Für einen idealen Spielwürfel sei X sei die Anzahl der Würfe bis zum ersten Erscheinen der Augenzahl 6. Berechne:

(a) $P(X = 4)$ (b) $P(X \leq 7)$ (c) $P(X > 9)$

Aufgabe 7.4

Bei einem unfairen Spiel gewinnt ein Spieler mit der Wahrscheinlickeit von 0.48 einen Franken. Das Spiel wird 8-mal durchgeführt. X sei der Gesamtgewinn in Franken. Berechne:

(a) $P(X = 4)$ (b) $P(X \leq 3)$ (c) $P(X > 5)$

Aufgabe 7.5

In einer Schachtel befinden sich 20 rote und 10 weisse Kugeln. Es werden zufällig und ohne Zurücklegen 7 Kugeln gezogen. X ist die Anzahl der roten Kugeln unter den gezogenen.

(a) $P(X = 4)$ (b) $P(X = 8)$ (c) $P(X < 3)$

Hinweis: Da es sich um ein Auswahlproblem handelt, können die günstigen und möglichen Fälle des Experiments mit Hilfe geeigneter Binomialkoeffizienten bestimmt werden.

Aufgabe 7.6

An der Expresskasse eines Supermarkts treffen während der Hauptverkaufszeit innerhalb von 30 Minuten durchschnittlich 18 Kunden ein.

X sei die Anzahl der Kunden, die während der Stosszeit in einem 10 Minuten-Intervall an der Expreskasse bezahlen. Berechne

(a) $P(X = 5)$ (b) $P(X \leq 5)$ (c) $P(X > 5)$ (d) $P(X = 0)$

Aufgabe 7.7

In einer Schachtel liegen insgesamt 5 Kugeln.

- Auf 3 Kugeln ist die Zahl 1 aufgedruckt.
- Auf 2 Kugeln ist die Zahl 6 aufgedruckt.

(a) Es wird eine Kugel gezogen. X sei ihr aufgedruckter Wert. Berechne $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{Var}(X)$.

(b) Es werden zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Y sei die Summe der aufgedruckten Werte. Berechne $\mathrm{E}(Y)$ und $\mathrm{Var}(Y)$.

(c) Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Z sei die Summe der aufgedruckten Werte. Berechne $\mathrm{E}(Z)$ und $\mathrm{Var}(Z)$.

Aufgabe 7.8

X ist die wie folgt definierte Zufallsvariable für ein Bernoulli-Experiment:

$P(X = 1) = 0.6$

$P(X = 0) = 0.4$

Berechne $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{Var}(X)$.

Aufgabe 7.9

In einem Quiz werden einer Person zwei Fragen gestellt und sie muss entscheiden, welche sie zuerst beantworten will.

Die Person kann Frage 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 richtig beantworten. Dann gewinnt sie einen Preis von CHF 100.–. Frage 2 kann sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 richtig beantworten. Hier gewinnt sie bei der richtigen Antwort CHF 200.–.

Wenn die zuerst gewählte Frage falsch beantwortet wird, endet das Quiz und die Person geht leer aus. Andernfalls erhält sie das entsprechende Preisgeld gutgeschrieben und darf zur zweiten Frage gehen.

Wird die zweite Frage falsch beantwortet, erfolgt die Auszahlung des Preisgelds für die erste Frage. Bei der richtigen Antwort erhält die Person die Summe der beiden Preisgelder.

Welche der beiden Fragen sollt die Kandidatin zuerst beantworten, wenn sie ihren Gewinn unter den oben genannten Voraussetzungen optimieren möchte?

Aufgabe 7.10

Von einer Zufallsgrösse X sind die Werte

x	1	a	b	0
$P(X = x)$	0.4	0.2	0.3	c

sowie der Erwartungswert $\mathrm{E}(X) = 0.5$ und die Varianz $\mathrm{Var}(X) = 1.25$ bekannt. Bestimme a, b und c.

Aufgabe 7.11

In einem Geldspielautomat laufen unabhängig voneinander drei Walzen. Auf jeder Walze sind folgende Symbole aufgedruckt: $1 \times$ F, $2 \times \spadesuit$ und $3 \times$ N. Stehen nach dem zufälligen Anhalten der Walzen drei gleiche Symbole in einer Reihe, so erhält der Spieler einen Gewinn ausbezahlt:

F	F	F	Fr. 20.—
$\spadesuit$	$\spadesuit$	$\spadesuit$	Fr. 2.—
N	N	N	Fr. 1.—

In allen anderen Fällen geht er leer aus.

(a) Stelle die Verteilung des Gewinns X tabellarisch dar.

(b) Bei welchem Einsatz ist das Spiel fair?

Aufgabe 7.12

Gegeben: Zufallsvariable X mit

x	-2	1	2	4
$p_X(x)$	0.2	0.1	0.4	0.3

Gesucht: Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von X, $Y = 2X + 1$ und $Z = X^2$.

Aufgabe 7.13

Wie oft muss man einen fairen Spielwürfel durchschnittlich werfen, bis man zum ersten Mal die Augenzahl 6 erhält.

Aufgabe 7.14

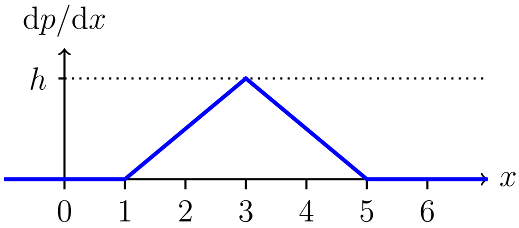
Ein Bernoulli-Experiment mit der Erfolgswahrscheinlichkeit p wird n-Mal durchgeführt. Berechne n und p, wenn $\mathrm{E}(X) = 8$ und $\mathrm{Var}(X) = 6$ bekannt sind.

Aufgabe 7.15

In einem Netzwerkrouter kommen im Mittel pro Minute 10 Datenpakete an. Bestimme $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{Var}(X)$ dieser poissonverteilten Zufallsvariable.

Aufgabe 8.1

Gegeben ist der unten skizzierte Graph einer Funktion f, die auf dem restlichen, nicht sichtbaren Definitionsbereich, überall den Wert Null hat.

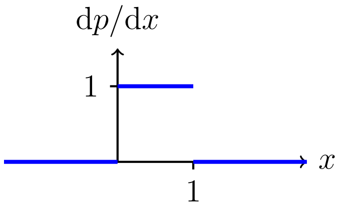


(a) Wie gross muss h gewählt werden, damit f eine Dichtefunktion ist?

(b) Berechne $P(4 \leq X \leq 5)$ für die stetige Zufallsvariable X, die zu f gehört.

Aufgabe 8.2

Berechne den Erwartungswert $\mathrm{E}(X)$ und die Varianz $\mathrm{Var}(X)$ der stetigen Zufallsgrösse X, die zur folgenden Dichtefunktion gehört.



$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 8.3

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}(\cos x + 1) & \text{falls } -\pi < x < \pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Skizziere die Funktion f für $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

(b) Zeige, dass es sich um eine *Wahrscheinlichkeitsdichte* handelt.

(c) Berechne $P(X \leq 1)$.

Aufgabe 8.4

Eine Maschine produziert Schrauben mit einer mittleren Länge von $\mu = 80$ mm und einer Standardabweichung von $\sigma = 2$ mm.

(a) Wie gross ist der Prozentsatz aller produzierten Schrauben, die länger sind als 78 mm?

(b) Wie gross ist der Prozentsatz der Schrauben, deren Längen zwischen 78 und 82 mm liegen?

(c) Nach längerer Laufleistung steigt die Standardabweichung auf $\sigma = 4$ mm Welcher Prozentsatz der Schrauben liegt nun innerhalb des Toleranzbereichs von 78 mm bis 82 mm?

Aufgabe 8.5

Ein Intelligenztest liefert im Bevölkerungsdurchschnitt einen Mittelwert von $\mu = 120$ Punkten bei einer Standardabweichung von $\sigma = 10$ Punkten.

(a) Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht sie 100 oder weniger Punkte?

(b) 20 Personen werden getestet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht davon mindestens eine Person 130 oder mehr Punkte?

Aufgabe 8.6

Die mittlere Windgeschwindigkeit an der westlichen Ostsee beträgt 18 km/h. Die Standardabweichung beträgt 6 km/h. Zur Vorbereitung von Segelregatten werden Messungen vorgenommen bzw. Wahrscheinlichkeiten berechnet.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei einer Messung eine Windgeschwindigkeit über 25 km/h gemessen?

(b) Wie wahrscheinlich ist es, dass beim Start der Regatta der Wind mit einer Geschwindigkeit von über 15 km/h bläst?

(c) Es werden fünf zufällige Messungen vorgenommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen alle Messwerte über 15 km/h?

(d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Windgeschwindigkeit bei mindestens drei der zehn geplanten Regatten über 15 km/h liegen?

Aufgabe 9.1

Eine Brauerei produziert ein neues alkoholfreies Bier. In einem Geschmackstest erhalten 150 Personen je ein Glas alkoholfreies bzw. gewöhnliches Bier, und sie sollen versuchen, das alkoholfreie Bier zu identifizieren.

Das gelingt 98 Personen. Testen Sie anhand dieser Daten die Hypothese, alkoholfreies und gewöhnliches Bier seien geschmacklich nicht zu unterscheiden.

Caputo, A. et al. (2008). *Arbeitsbuch Statstik.* Berlin: Springer.

Aufgabe 9.2

Auf die Frage, ob sie recyklierte Kleider (nach dem Cradle to Cradle-Konzept) tragen würden, antworteten die befragten Schülerinnen und Schüler:

	Ja	Nein	Total
Frauen	35	28	63
Männer	30	16	46

Ist der Anteil der Schülerinnen, die recyklierte Kleider tragen würden, signifikant kleiner als derjenige der Schüler?

aus einer Maturaarbeit 2013/2014, Kollegium St. Fidelis

Aufgabe 9.3

Anzahl Verkehrsunfälle im Kanton Schaffhausen nach Wochentag im Jahr 2011:

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
Anzahl	80	99	78	89	82	79	53

Testen Sie die Hypothese, dass Verkehrsunfälle im Kanton Schaffhausen im Mittel an allen Wochentagen gleich häufig auftreten.

Schaffhauser Polizei. (2013). *Verkehrsunfall Statistik des Kantons Schaffhausen 2012.*

Aufgabe 9.4

In einer empirischen Studie zum Rauchverhalten wurden 10 Raucher befragt, wie viele Zigaretten sie durchschnittlich pro Tag rauchen. Es wurden folgende Angaben gemacht:

$$25 \quad 34 \quad 5 \quad 20 \quad 50 \quad 44 \quad 18 \quad 39 \quad 29 \quad 19$$

Überprüfen Sie die Hypothese, dass der Median der Anzahl gerauchter Zigaretten grösser als 25 ist.

Caputo, A. et al. (2008). *Arbeitsbuch Statstik.* Berlin: Springer.

Aufgabe 9.5

Ein Jugendamt führt eine Untersuchung zur Situation von Pflegekindern durch. Dabei interessiert vor allem, ob das Pflegekind in einer Familie mit weiteren Kindern im Mittel besser integriert ist als bei Pflegeeltern ohne eigene Kinder.

Mittels eines Fragebogens wird eine Integrationspunktzahl ermittelt, die umso höhere Werte annimmt, je besser das Pflegekind in die Familie integriert wird.

Pflegeeltern ...	Punktzahl							
mit eigenen Kindern	8	13	16	20	24	17	18	25
ohne eigene Kinder	12	9	13	11	19	15		

Caputo, A. et al. (2008). *Arbeitsbuch Statstik.* Berlin: Springer.

Aufgabe 9.6

Es wird vermutet, dass der Hautwiderstand nachts absinkt.

In einem Experiment wurde bei fünf Personen der Hautwiderstand jeweils einmal bei Tag und einmal bei Nacht gemessen.

Person Nr.	1	2	3	4	5
bei Tag [kΩ]	24	28	21	27	23
bei Nacht [kΩ]	20	25	15	22	18

Lässt sich die Vermutung durch die vorliegende Untersuchung erhärten?

Caputo, A. et al. (2008). *Arbeitsbuch Statstik.* Berlin: Springer.

Aufgabe 9.7

Um die Qualität eines neuen Messgeräts für Flüssigkeiten zu beurteilen, wurde damit neunmal ein Volumen von 10 ml Wasser abgemessen. Dabei ergaben sich folgende Werte:

10.77 9.98 9.92 10.66 10.30 10.36 10.44 10.31 9.91

Testen Sie die Hypothese, dass das neue Messgerät ein mittleres Flüssigkeitsvolumen von 10 ml misst.

Aufgabe 9.8

Eine Schülervertreterin hegt den Verdacht, dass die Pausenbrötchen, die sie abwechslungsweise von zwei Bäckereien beziehen und zum gleichen Preis einkaufen, unterschiedliche mittlere Gewichte haben.

Zur Kontrolle werden jeweils 5 Brötchen aus den Lieferungen zufällig ausgewählt und auf einer Briefwaage gewogen.

Brötchen von Bäckerei A (g)	34	32	40	32	34
Brötchen von Bäckerei B (g)	42	43	41	37	33

Lässt sich der Verdacht statistisch belegen?

Aufgabe 9.9

Es soll untersucht werden, ob durch die Einnahme eines Medikaments die Konzentrationsfähigkeit gesteigert werden kann. Hierzu wird in einem ersten Test die Konzentrationsleistung von fünf Personen bestimmt. Dann wird den fünf Personen das Medikament verabreicht und die Konzentrationsleistung mit einem äquivalenten Test erneut gemessen. Es ergeben sich folgende Messwerte:

Person Nr.	1	2	3	4	5
ohne Medikament	108	99	100	100	98
mit Medikament	107	100	100	102	101

Bortz, J., Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. Berlin: Springer.