

Aufgabe 2.1

$$f(x) = 4x + 1$$

$$F_1(x) = 2x^2 + x + C$$

Wähle C so, dass die Flächenberechnung bei $x = 1$ „startet“:

$$F_1(1) = 0 \Rightarrow 2 + 1 + C = 0 \Rightarrow C = -3$$

$$F_1(x) = 2x^2 + x - 3$$

Aufgabe 2.2

$$f(x) = \sin x$$

$$F_0(x) = -\cos x + C$$

Wähle C so, dass die Flächenberechnung bei $x = 0$ „startet“:

$$F_0(0) = 0 \Rightarrow -1 + C = 0 \Rightarrow C = 1$$

$$F_0(x) = \cos x + 1$$

Aufgabe 2.3

$$\int_{\ln 2}^{\ln 5} e^x dx = [e^x]_{\ln 2}^{\ln 5} = e^{\ln 5} - e^{\ln 2} = 5 - 2 = 3$$

Aufgabe 2.4

$$\int_{-2}^2 x^2 dx = [2x^3]_{-2}^2 = 2 \cdot 8 - 2(-8) = 32$$

Aufgabe 2.5

$$\begin{aligned} F'(x) &= 1 \cdot (\ln|x| - 1) + x \cdot \frac{1}{x} \quad (\text{Produktregel}) \\ &= \ln|x| - 1 + 1 \\ &= \ln|x| \end{aligned}$$

Aufgabe 2.6

$$\int (5 \cos x - 3 \sin x) dx = 5 \sin x - 3(-\cos x) = 5 \sin x + 3 \cos x + C$$

Aufgabe 2.7

Zuerst den Integranden ausmultiplizieren, dann mit der Summen- und Faktorregel integrieren:

$$\int (x^2 - 3)^2 dx = \int (x^4 - 6x^2 + 9) dx = \frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 9x + C$$

Aufgabe 2.8

$$f''(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$f'(x) = -x^{-1} + C_1 = \frac{-1}{x} + C_1$$

$$f'(1) = 2$$

$$-\frac{1}{1} + C_1 = 2$$

$$C_1 = 3$$

$$f'(x) = -x^{-1} + 3$$

$$f(x) = -\ln|x| + 3x + C_2$$

$$f(1) = 4$$

$$-\ln 1 + 3 \cdot 1 + C_2 = 4$$

$$C_2 = 1$$

$$f(x) = -\ln|x| + 3x + 1$$