Diskussion transzendenter Funktionen **Übungen**

Führe eine Kurvendiskussion durch.

1. $f(x) = 2\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2}$
2. $f(x) = (x-1)\mathrm{e}^{-x}$
3. $f(x) = (x^2 - 2x + 2)\mathrm{e}^{x}$
4. $f(x) = x \ln x$
5. $f(x) = 5\dfrac{\ln x}{x}$

Diskussion transzendenter Funktionen **Lösungen** **Übungen**

1. (a) *Definitionsbereich:* $D = \mathbb{R}$
   (b) *Symmetrie:* ordinatensymmetrisch
   (c) *Asymptoten und asymptotisches Verhalten:*
   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ und $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ (x-Achse ist Asymptote)
   (d) *Nullstellen:* keine; *Ordinatenabschnitt:* $y = 2$
   (e) *Ableitungen:*
   $f'(x) = -2x\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2}$, $f''(x) = (2x^2-2)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2}$, $f'''(x) = (6x - 2x^3)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2}$
   (f) *Extremstellen:* HoP(0|2)
   (g) *Wendepunkte:* $\mathrm{WeP}_1(1|1.21)$, $\mathrm{WeP}_2(-1|1.21)$
   (h) *Graph:* Kontrolle mit Taschenrechner

2. (a) *Definitionsbereich:* $D = \mathbb{R}$
   (b) *Symmetrie:* weder ordinaten- noch ursprungssymmetrisch
   (c) *Asymptoten und asymptotisches Verhalten:*
   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ und $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ (x-Achse ist Asymptote)
   (d) *Nullstelle:* $x = 1$; Ordinatenabschnitt: $y = \mathrm{e} \approx 2.72$
   (e) *Ableitungen:* $f'(x) = -2x\,\mathrm{e}^{-x}$, $f''(x) = (2x^2-2)\,\mathrm{e}^{-x}$, $f'''(x) = (6x-2x^3)\,\mathrm{e}^{-x}$
   (f) *Extremstellen:* HoP(1|0)
   (g) *Wendepunkte:* WeP(2|0.15)
   (h) *Graph:* Kontrolle mit Taschenrechner

3. (a) *Definitionsbereich:* $D = \mathbb{R}$
   (b) *Symmetrie:* weder ordinaten- noch ursprungssymmetrisch
   (c) *Asymptoten und asymptotisches Verhalten:*
   $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ und $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ (x-Achse ist Asymptote)
   (d) *Nullstellen:* keine; *Ordinatenabschnitt:* $y = 2$
   (e) *Ableitungen:* $f'(x) = x^2\,\mathrm{e}^x$, $f''(x) = (x^2 + 2)\,\mathrm{e}^x$, $f'''(x) = (x^2 + 4x + 2)\,\mathrm{e}^x$
   (f) *Extremstellen:* keine
   (g) *Wendepunkte:* TeP$(0|2)$, WeP$(-2|3.68)$
   (h) *Graph:* Kontrolle mit Taschenrechner

4. (a) *Definitionsbereich:* $D = \mathbb{R} = (0, \infty)$
   (b) *Symmetrie:* weder ordinaten- noch ursprungssymmetrisch
   (c) *Asymptoten und asymptotisches Verhalten:*
   $\lim\limits_{x^+ \to 0} f(x) = 0$ und $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \infty$
   (d) *Nullstellen:* $x = 1$; *Ordinatenabschnitt:* nicht definiert
   (e) *Ableitungen:*
   $$f'(x) = \ln x + 1,\ f''(x) = \frac{1}{x},\ f'''(x) = -\frac{1}{x^2}$$
   (f) *Extremstellen:* TiP$(0.37| - 0.37)$
   (g) *Wendepunkte:* keine
   (h) *Graph:* Kontrolle mit Taschenrechner

5. (a) *Definitionsbereich:* $D = \mathbb{R} = (0, \infty)$
   (b) *Symmetrie:* weder ordinaten- noch ursprungssymmetrisch
   (c) *Asymptoten und asymptotisches Verhalten:*
   $\lim\limits_{x^+ \to 0} f(x) = 0$ und $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \infty$ Asymptoten: x- und y-Achse
   (d) *Nullstelle:* $x = 1$; *Ordinatenabschnitt:* nicht definiert
   (e) *Ableitungen:*
   $$f'(x) = \frac{5 - 5\ln x}{x^2};\ f''(x) = \frac{10\ln x - 15}{x^3};\ f'''(x) = \frac{55 - 30\log x}{x^4}$$
   (f) *Extremstelle:* HoP$(2.72|1.84)$
   (g) *Wendepunkt:* WeP$(4.48|1.67)$
   (h) *Graph:* Kontrolle mit Taschenrechner