Gebrochenrationale Funktionen **Prüfungsstoff**

1. Begriffe:
   - echt gebrochenrationale Funktionen (Grad Zählerpolynom < Grad Nennerpolynom)
   - unecht gebrochenrationale Funktionen (Grad Zählerpolynom $\geq$ Grad Nennerpolynom)
   - ganzrationale Funktionen (Grad Nennerpolynom = 0)
2. Allgmeines: Faktorzerlegung (mit und ohne TR)
3. Definitionsbereich bestimmen (auch ohne TR)
4. Symmetrie bestimmen (auch ohne TR)
5. Nullstellen bestimmen (auch ohne TR)
6. Ordinatenabschnitt bestimmen (auch ohne TR)
7. Analyse der Definitionslücken (auch ohne TR)
   (a) Polstellen x_P: (auch ohne TR)
   - erkennen können
   - Typ bestimmen: mit/ohne Vorzeichenwechsel
   - links- und rechtseitige Grenzwerte ermitteln: $\lim\limits_{x \to x_P^-} f(x)$ und $\lim\limits_{x \to x_P^+} f(x)$

   (b) hebbare Definitionslücken x_H: (auch ohne TR)
   - erkennen können
   - den Grenzwert ermitteln: $\lim\limits_{x \to x_H} f(x)$
   - grafische Darstellung einer Definitionslücke kennen
8. Analyse des asymptotischen Verhaltens (Verhalten von $f(x)$ für $|x| \to \infty$)
   (a) echt gebrochenrationale Funktionen: wissen, dass $f(x) \approx 0$ gilt, wenn $|x| \to \infty$; d. h. $y = 0$ ist die Gleichung der Asymptote von f.
   (b) unecht gebrochenrationale Funktionen: $f(x)$ mit einer Polynomdivision in eine Summe aus einem ganzrationalen Anteil $a(x)$ und einem echt gebrochenrationalen Anteil $b(x)$ zerlegen. Dann gilt $b(x) \to 0$, wenn $|x| \to \infty$ und $f(x) \approx a(x)$ für grosse $|x|$; d. h. $y = a(x)$ ist die Gleichung der Asymptote von f.
9. Ableitungen bestimmen (mit TR)
10. Extrempunkte bestimmen (mit TR)
11. Wendepunkte bestimmen (mit TR)

    Da der Zeitaufwand für die Bestimmung der dritten Ableitung meist nicht vertretbar ist und Folgefehler die Korrektur erschweren, werde ich, sofern überhaupt nötig, die dritte Ableitung vorgeben.
12. Aufgrund der obigen Informationen den Graphen skizzieren können (ohne TR)
13. Von einem geeigneten Graphen G_f einer gebrochenrationalen Funktion auf die Funktionsgleichung von f schliessen können (siehe Buch, S. 96, Aufgabe 1). (ohne TR)