

Aufgabe 7.1

Der Graph der Funktion $f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 4)$ über dem Intervall $I = [-2, 2]$ rotiert um die x -Achse. Berechne das Volumen des so entstehenden Rotationskörpers.

Aufgabe 7.2

Der Graph der Funktion $f(x) = 1/x$ über dem Intervall $I = [a, b]$ (mit $0 < a$) rotiert um die x -Achse. Berechne das Volumen des so entstehenden Rotationskörpers.

Aufgabe 7.3

Berechne das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn das Kurvenstück mit der Gleichung $y^2 = 2x + 3$ über dem Intervall $I = [0, 3]$

(a) um die x -Achse,

(b) um die y -Achse

rotiert.

Aufgabe 7.4

Berechne das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn das Kurvenstück mit der Gleichung $x^2 - 4y^2 = 16$ über dem Intervall $I = [-8, 8]$

(a) um die x -Achse,

(b) um die y -Achse

rotiert.

Aufgabe 7.5

Berechne das Volumen des Rotationsellipsoids, der entsteht, wenn die Ellipse mit der Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

um die x -Achse rotiert.

Aufgabe 7.6

Die Graphen der Funktionen $f(x) = x^2$ und $g(x) = 2/x - 1$ begrenzen zusammen mit der positiven x -Achse ein endliches Flächenstück. Wie gross ist das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn diese Fläche um die x -Achse rotiert? um die x -Achse rotiert.

Aufgabe 7.7

Das endliche Flächenstück, das von den Graphen der Funktionen $f(x) = x^2 - 2x + 6$ und $g(x) = -x^2 + 10$ begrenzt wird, rotiert um die x -Achse. Welches Volumen hat dieser Rotationskörper?

Aufgabe 7.8

Die Graphen der Funktionen $f(x) = 1 + \sin(x)$ und $g(x) = 1 + \cos(x)$ begrenzen kongruente Flächenstücke. Eines davon rotiert um die x -Achse. Welches Volumen hat der entstehende Körper?

Aufgabe 7.9

Wenn der Kreis mit dem Mittelpunkt $M(0, R)$ und dem Radius r ($0 < r < R$) um die x -Achse rotiert, entsteht ein Torus. Berechne das Volumen dieses Rotationskörpers.

Aufgabe 7.10

Wenn eine zur y -Achse symmetrische Parabel um die x -Achse gedreht wird, entsteht ein Fass der Höhe 1 m, das an der dicksten Stelle einen Radius von 30 cm und am Boden sowie am Deckel einen Radius von 20 cm hat. Berechne das Volumen des Fasses in Litern.

Aufgabe 7.11

Leite die Formel für die Mantelfläche eines geraden Kreiszylinders mit dem Radius r und der Höhe h mittels eines Integrals her.

Aufgabe 7.12

Leite die Formel für die Mantelfläche eines geraden Kreiskegels mit dem Radius r und der Höhe h mittels eines Integrals her.

Aufgabe 7.13

Der Graph der Funktion $f(x) = \frac{1}{6}x^3$ rotiert für $0 \leq x \leq \sqrt[4]{32}$ um die x -Achse. Berechne die Mantelfläche dieses Rotationskörpers.