Aufgabe 1

x_0		-29	23	-44	71
9	3	-2	5	1	80

Also: $f(9) = 80$

Aufgabe 2

(a) naiv: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ Multiplikationen

(b) Horner-Schema: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$ Multiplikationen

Aufgabe 3

Bestimmt man alle möglichen Faktoren des Koeffizienten, erhält man alle möglichen Kandidaten: ± 1, ± 2, ± 3, ± 5, ± 15, ± 30

Sicherlich muss 2 oder -2 eine Lösung sein, denn ohne eine gerade Zahl, würde das Produkt der vier Lösungen nicht -30 ergeben. Darüber hinaus wissen wir auch, dass eine oder drei der Lösungen negativ sein müssen.

x_0		-5	-7	41	-30
2	1	-3	-13	15	0
3	1	0	-13	-24	
-3	1	-6	5	0	
5	1	-1	0		
1	1	0			

$x_1 = -3$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$, $x_4 = 5$

Aufgabe 4

x_0		7	0	-5	12
-3	2	1	-3	4	0

Also: $(2x^4 + 7x^3 - 5x + 12) : (x + 3) = 2x^3 + x^2 - 3x + 4$ (ohne Rest)

Aufgabe 5

x_0		1	1	1	1	1
1	1	2	3	4	5	6

Die Division wäre ohne Rest, wenn eine 0 anstelle der 6 herauskommen würde. Somit haben wir einen Rest von 6, der nicht durch $(x - 1)$ teilbar ist:

$$(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) : (x - 1) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5 + \frac{6}{x - 1}$$

Aufgabe 6

Faktorisieren des Zählerpolynoms:

x_0		-13	9	20
4	3	-1	-5	0

$\Rightarrow 3x^3 - 13x^2 + 9x - 20 = (x-4)(3x^2 - x - 5)$

Faktorisieren des Nennerpolynoms:

x_0		1	-27	28
4	1	5	-7	0

$\Rightarrow x^3 + x^2 - 27x + 28 = (x-4)(x^2 + 5x - 7)$

Insgesamt: $\dfrac{3x^3 - 13x^2 + 9x - 20}{x^3 + x^2 - 27x + 28} = \dfrac{(x-4)(3x^2 - x - 5)}{(x-4)(x^2 + 5x - 7)} = \dfrac{3x^2 - x - 5}{x^2 + 5x - 7}$