

Aufgabe 10.1

Bestimme die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \cos(x)$ an der Stelle $x_0 = \pi$ bis zum Grad 4.

Aufgabe 10.2

- (a) Entwickle den Term $1/(x+1)$ in eine Taylorreihe an der Stelle $x_0 = 0$ bis zum Grad 1. Dadurch erhält man eine Näherung 1. Ordnung, mit der es sich in Anwendungen für x nahe bei x_0 einfacher rechnen lässt.
- (b) Berechne den absoluten und den relativen Fehler, wenn die Formel für $x = 0.01$ verwendet wird.

Aufgabe 10.3

Bestimme den Grenzwert durch Entwickeln der transzendenten Funktionen in eine Taylorreihe.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

Aufgabe 10.4

Löse die Gleichung $\arcsin(x) = e^{-x}$ näherungsweise, indem du die Taylorreihe der transzendenten Funktionen an der Stelle $x_0 = 0$ bis zum Grad 1 verwendest und die daraus resultierende Polynomgleichung löst. Die entsprechenden Taylorreihe können der Formelsammlung „entnommen“ werden.

Aufgabe 10.5

Stelle das Polynom $p(x) = x^4 + 2x^3 - x + 4$ mit Hilfe des Satzes von Taylor in der Form $p(x+1) = c_4x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0$.

dar, ohne die Potenzen auszurechnen.