Differenzialrechnung (Kapitel 1) **Lösungen+** **Übungstest**

Aufgabe 1.1 (1P)

$a_1 = -\frac{2}{3}$, $a_2 = -\frac{1}{5}$ $a_3 = 0$, $a_4 = \frac{1}{9}$, $a_5 = \frac{2}{11}$

Aufgabe 1.2 (2P)

$a_1 = 3$ (gegeben)
$a_2 = 1$ (gegeben)
$a_3 = a_2 + a_1 - 1 = 1 + 3 - 1 = 3$
$a_4 = a_3 + a_2 - 1 = 3 + 1 - 1 = 3$
$a_5 = a_4 + a_3 - 1 = 3 + 3 - 1 = 6$

Aufgabe 1.3 (4P)

		monoton		
	beschränkt	wachsend	fallend	alternierend
$a_n = n^2$	☐	☒	☐	☐
$b_n = \cos(n \cdot \pi)$	☒	☐	☐	☒
$c_n = 1 - 0.5^n$	☒	☒	☐	☐
$d_n = (n+1)!/n!$	☐	☒	☐	☐

Aufgabe 1.4 (4P)

(a) $a_n = \dfrac{n+2}{n+3} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} 1$ oder $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$

(b) $b_n = 5 + 2^{-n} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} 5$ oder $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 5$

(c) $c_n = \dfrac{n+1}{n \cdot (-1)^n}$ ist divergent

(d) $d_n = \dfrac{\sin(n \cdot \frac{\pi}{2})}{n} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$ oder $\lim\limits_{n\to\infty} d_n = 0$

Aufgabe 1.5 (4P)

(a) $a_n = \dfrac{n + 3n^2 + 2}{2n + 2 - 4n^2} = \dfrac{(n^2 + 3n^2 + 2)/n^2}{(2n + 2 - 4n^2)/n^2} = \dfrac{1/n + 3 + 2/n^2}{2/n + 2/n^2 - 4} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} -\dfrac{3}{4}$

(b) $b_n = \dfrac{2n^4 + 7n^2}{3n^3 + 5n^5} = \dfrac{(2n^4 + 7n^2)/n^5}{(3n^3 + 5n^5)/n^5} = \dfrac{2/n + 7/n^3}{3/n^2 + 5} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$

(c) $c_n = \sqrt{2n+1} - \sqrt{2n} = \dfrac{(\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n})(\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n})}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n}}$

$$= \frac{(2n+1) - 2n}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n}} = \frac{1}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n}} \stackrel{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$$