Aufgabe 1

Eine Bakterienkultur besteht zu Anfang aus 1000 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich jede Stunde.

(a) Stelle die Anzahl der Bakterien nach t Stunden als Funktion der Zeit t dar.

(b) Wieviele Bakterien sind nach 2.5 Stunden vorhanden?

(c) Wann wird sich die Anzahl der Bakterien verzehnfacht haben?

(d) Das Wachstum der Bakterien lässt sich durch die Formel $B(t) = B_0 \cdot \mathrm{e}^{\lambda \cdot t}$ beschreiben. B_0 ist der Anfangswert. Berechne die Konstante λ.

Aufgabe 2

Ein Lichtstrahl, der ins Wasser fällt, wird pro Meter Wassertiefe um 10% schwächer. Stelle die Lichtstärke $L(x)$ als Funktion der Wassertiefe x dar (x = Tiefe in Metern, L_0 = Lichtstärke an der Oberfläche).

(a) Wie stark ist das Licht in 10 m Tiefe?

(b) In welcher Tiefe beträgt die Lichtstärke nur mehr ein Zehntel des ursprünglichen Wertes?

Aufgabe 3

Die Bevölkerung eines Landes wächst pro Jahr um 1.5%. Derzeit beträgt sie 12 Millionen.

(a) Wie gross wird die Bevölkerung in 10 Jahren sein?

(b) Wann wird das Land 15 Millionen Einwohner haben?

(c) Der Bevölkerungszuwachs lässt sich durch die Formel $B(t) = B_0 \cdot \mathrm{e}^{\lambda \cdot t}$ beschreiben. Berechne die Konstante λ.

Aufgabe 4

Der radioaktive Zerfall eines Elements lässt sich durch die Formel $N(t) = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$ beschreiben. N_0 ist der Anfangswert. Die Zeit t, in der von einer vorhandenen Stoffmenge die Hälfte zerfällt, heisst *Halbwertszeit*. Für Radium beträgt sie zum Beispiel 1620 Jahre.

(a) Berechne die Zerfallskonstante λ für Radium.

(b) Wieviel war von dem ersten Gramm Radium, das Marie Curie 1898 herstellte, nach 100 Jahren noch übrig?

(c) Wann wird nur mehr 0.1 g vorhanden sein?

Aufgabe 5

Angenommen, die Weltbevölkerung vermehrt sich nach der Formel $B(t) = B_0 \cdot \mathrm{e}^{\lambda \cdot t}$. 1960 gab es etwa 3 Milliarden Menschen, 1995 etwa 5.6 Milliarden.

(a) Bestimme die Konstante λ.

(b) Wieviel Prozent beträgt das jährliche Wachstum der Weltbevölkerung?

(c) Wann wird die Erde 15 Milliarden Einwohner haben, wenn die Bevölkerung im selben Tempo weiterwächst?

Aufgabe 6

Das Kohlenstoffisotop C-14 zerfällt mit einer Halbwertszeit von etwa 5730 Jahren. Mit seiner Hilfe lässt sich das Alter von Fossilien bestimmen.

(a) Berechne die Zerfallskonstante λ.

(b) In einem Fossil wurde eine C-14-Gehalt von 7.5% der ursprünglichen Menge gemessen. Berechne das Alter des Fossils (runde auf 1000 Jahre).

(c) Bis zu welchem Alter lässt sich die C-14-Methode anwenden, wenn man noch 0.1% des ursprünglichen C-14-Gehalts mit hinreichender Genauigkeit messen kann?

Aufgabe 7

Vor 10 Jahren betrug der Holzbestand eines Waldes $7000\,\mathrm{m}^3$. Ohne Holzschlag ist er inzwischen auf $9880\,\mathrm{m}^3$ angewachsen. Wir dürfen annehmen, dass das Holzwachstum ein exponentieller Vorgang ist.

(a) Zeige, dass die jährliche Wachstumsrate etwa 3.5% beträgt.

(b) Berechne die Zeitspanne, innerhalb der sich der Holzbestand verdoppelt bzw. verdreifacht.

(c) Man hat vor, in 3 Jahren $3000\,\mathrm{m}^3$ Holz zu schlagen. Wann wird dieser Wald den heutigen Holzbestand wieder erreichen?

Aufgabe 8

Element	$T_{1/2}$	λ	Abnahme pro Zeiteinheit	Wann ist 1% übrig?
Radium	1620 y			
Caesium 137		0.0231 y		
Phosphor 32		0.0485 y		
Jod 131	8 d			
Polonium 218			20% pro min	