

**Aufgabe 8.1**

Bestimme eine Koordinatengleichung der Kugelfläche  $K$  mit  $M(-1, -2, -1)$  und dem Punkt  $P(-2, -5, 8) \in K$ .

**Aufgabe 8.2**

Sofern die Koordinatengleichung eine Kugelfläche beschreibt, ist ihr Mittelpunkt  $M$  und ihr Radius  $\rho$  anzugeben.

(a)  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 8z + 1 = 0$

(b)  $x^2 - y^2 + z^2 + 4x + 10x - 5 = 0$

(c)  $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 2y - 6z + 47 = 0$

(d)  $x^2 + z^2 - 8x + 4z + 11 = 0$

**Aufgabe 8.3**

Untersuche die gegenseitige Lage der Kugelfläche  $K$  mit Mittelpunkt  $M(9, 3, -1)$  und Radius  $\rho = \sqrt{62}$  sowie der Geraden mit der Gleichung

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und bestimme allfällige Schnitt- oder Berührungspunkte.

**Aufgabe 8.4**

Gib die Gleichungen der Tangentialebenen an die Kugelfläche  $K$  mit dem Mittelpunkt  $M(8, 1, 3)$  und dem Radius  $\rho = 7$  an, die parallel zur Ebene  $\varepsilon: 2x - 6y + 3z + 51 = 0$  liegen.

**Aufgabe 8.5**

Gegeben ist die Kugelfläche  $K$  mit  $M(4, 7, 3)$  und  $\rho = 9$  sowie die Ebene mit der Gleichung  $\varepsilon: 3x + y + 2z + 3 = 0$ .

Zeige, dass die Ebene die Kugel schneidet und berechne den Mittelpunkt  $M'$  und den Radius  $r$  der Schnittkreislinie von  $K$  und  $\varepsilon$ .

### Aufgabe 8.6

Untersuche die gegenseitige Lage der Kugeln  $K_1$  und  $K_2$  mit den Mittelpunkten  $M_1$  bzw.  $M_2$  und den Radien  $\varrho_1$  bzw.  $\varrho_2$ .

(a)  $M_1 = (3, 0, 2)$ ,  $\varrho_1 = 2$ ;  $M_2 = (4, 1, -2)$ ,  $\varrho_2 = 7$

(b)  $M_1 = (-8, -8, -4)$ ,  $\varrho_1 = 6$ ;  $M_2 = (-6, 3, 6)$ ,  $\varrho_2 = 9$

(c)  $M_1 = (7, 0, 5)$ ,  $\varrho_1 = 3$ ;  $M_2 = (4, 5, -3)$ ,  $\varrho_2 = 7$

(d)  $M_1 = (-9, 3, 3)$ ,  $\varrho_1 = 9$ ;  $M_2 = (-7, 9, 0)$ ,  $\varrho_2 = 2$

(e)  $M_1 = (-4, 6, 3)$ ,  $\varrho_1 = 4$ ;  $M_2 = (0, -5, -1)$ ,  $\varrho_2 = 2$

### Aufgabe 8.7

Bestimme den Mittelpunkt und den Radius des Schnittkreises der Kugeln  $K_1$  und  $K_2$  mit dem Mittelpunkten  $M_1(1, 2, 0)$  und  $M_2(0, 3, 1)$  sowie den Radien  $\varrho_1 = \sqrt{7}$  und  $\varrho_2 = 4$ .

### Aufgabe 8.8

Gegeben sei die Kugel  $K$  mit  $M(8, 0, -7)$  und  $\varrho = \sqrt{5}$  sowie die Gerade

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Fasst man den Punkt  $A(5, -4, -2)$  der Geraden als Lichtquelle auf und betrachtet die Kugelfläche  $K$  als Spiegel, so wird der Lichtstrahl  $g$  an der Kugel reflektiert. Bestimme eine Parametergleichung des reflektierten Lichtstrahls.