Aufgabe 5.1

Untersuche, ob $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 5.2

Bilden die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ in dieser Reihenfolge ein Rechts- oder ein Linkssystem?

Aufgabe 5.3

Berechne das Volumen des Tetraeders mit den Ecken $A(6, 2, 7)$, $B(-3, 8, 4)$, $C(4, -2, 6)$ und $D(5, 5, 9)$.

Aufgabe 6.1

(a) Bestimme eine Gleichung der Geraden g durch die Punkte $A(5, 3, 6)$ und $B(5, -8, 5)$.

(b) Beschreibe die spezielle Lagen von g mit dem dem Fachausdruck aus der darstellenden Geometrie.

Aufgabe 6.2

Gegeben ist die Gerade $g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

(a) Was ist die geometrische Bedeutung des Vektors $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$?

(b) Was ist die geometrische Bedeutung des Vektors $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$?

(c) Liegt der Punkt $P(-7, -6, 11)$ auf der Geraden g?

Aufgabe 6.3

(a) Bestimme eine Gleichung der Geraden g, die durch den Punkt $A(3, 4, 5)$ geht und parallel zur y-Achse ist.

(b) Beschreibe die spezielle Lage von g mit dem Fachausdruck aus der darstellenden Geometrie.

Aufgabe 6.4

(a) Bestimme alle Spurpunkte der Geraden $g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(b) Gib eine geometrische Begründung für die Anzahl der Spurpunkte in (a).

Aufgabe 6.5

Untersuche die gegenseitige Lage der Geraden

$$g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -11 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6.6

Untersuche die gegenseitige Lage der Geraden

$$g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6.7

Zeige, dass sich die Geraden

$$g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -1 \\ 19 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

in genau einem Punkt schneiden und bestimme ihren Schnittpunkt sowie ihren spitzen Schnittwinkel.

Aufgabe 6.8

Zeige, dass die Geraden

$$g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

parallel sind und bestimme ihren Abstand.

Aufgabe 6.9

Bestimme eine Gleichung der Geraden h, die durch den Punkt $P(5, 8, -2)$ geht und senkrecht zur Geraden $g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ steht.

Aufgabe 6.10

Bestimme den Abstand der windschiefen Geraden

$$g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } h\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$