Aufgabe 3.1

Die Vektoren $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ und $\vec{e}_3$ bilden eine Basis des dreidimensionalen Raumes $\mathbb{R}^3$.
Gib die Komponentendarstellung der folgenden Vektoren an.

(a) $\vec{u} = 2\vec{e}_1 - 7\vec{e}_3$

(b) $\vec{v} = 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 - 2\vec{e}_1$

(c) $-\vec{v}$

(d) $\vec{e}_2$

(e) $\vec{0}$

Aufgabe 3.2

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.6 \\ 1.4 \end{pmatrix}$ bezüglich einer Basis $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ und $\vec{e}_3$.
Gesucht: Komponentendarstellung der Linearkombinationen

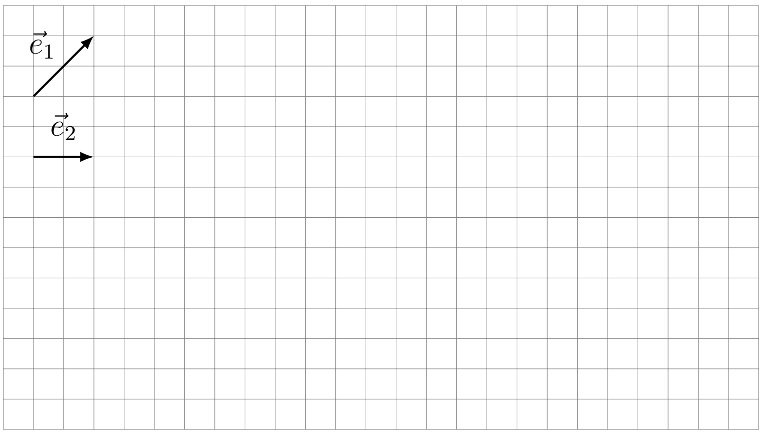
(a) $\vec{a} + 2\vec{b}$

(b) $\frac{1}{2}\vec{a} - 5\vec{c}$

(c) $-\vec{a} + 2\vec{b} - 10\vec{c}$

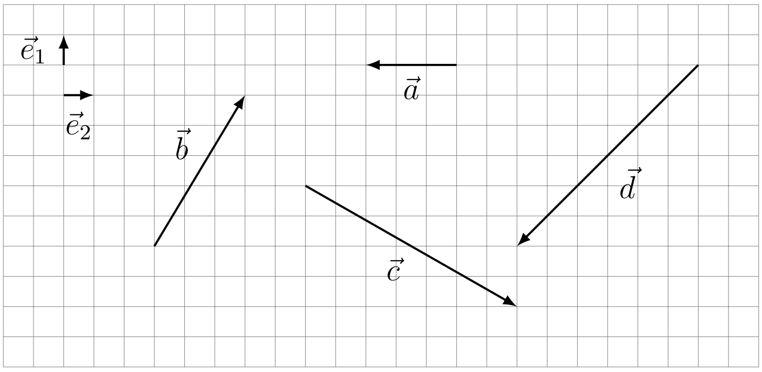
Aufgabe 3.3

Zeichne je einen Repräsentanten der Vektoren
$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2.5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0.5 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$
bezüglich der Basis $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.



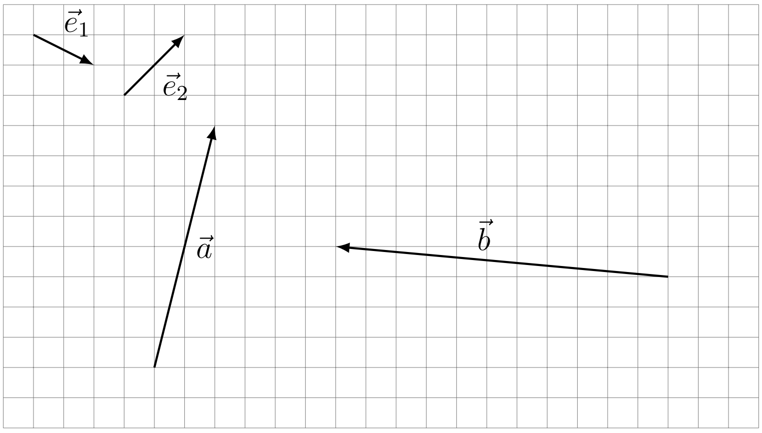
Aufgabe 3.4

Gib die Komponentendarstellungen der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ bezüglich der Basis $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ an.



Aufgabe 3.5

Bestimme konstruktiv die Komponentendarstellung der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ bezüglich der Basis $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.



Aufgabe 3.6

Gegeben sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Für welche Komponenten des Vektors $\vec{c}$ bildet $\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ eine geschlossene Vektorkette?

Aufgabe 3.7

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ -18 \\ 45 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 28 \\ 24 \\ -12 \\ 30 \end{pmatrix}$

(a) Sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ kollinear. Begründe.

(b) Sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig? Begründe.

Aufgabe 3.8

Was bedeutet es anschaulich, wenn zwei Vektoren *kollinear* sind?

Aufgabe 3.9

Was bedeutet es anschaulich, wenn drei Vektoren *komplanar* sind?

Aufgabe 3.10

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ linear abhängig oder linear unabhängig? Begründe.

Aufgabe 3.11

Ist es möglich, den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

darzustellen? Wenn ja, gib die (oder eine) Lösung an.

Aufgabe 3.12

Ist es möglich, den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

darzustellen? Wenn ja, gib die (oder eine) Lösung an.

Aufgabe 3.13

Ist es möglich, den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

darzustellen? Wenn ja, gib die (oder eine) Lösung an.

Aufgabe 3.14

Lässt sich der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ darstellen?
Wenn ja, gib die (oder eine) Lösung an.

Aufgabe 3.15

Bestimme die Werte der Parameter x und z, so dass die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 16 \\ -24 \\ -12 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 18 \\ z \end{pmatrix}$ kollinear sind.