# Dokumentdistanz (Vektormodell)

## Motivation

Die Dokumentdistanz ist eine nichtnegative Zahl, mit der sich die Ähnlichkeit zweier Dokumente beschreiben lässt. Wozu?

- automatische Klassifikation von Dokumenten
- Document Retrieval (Auffinden von Dokumenten)
- Erkennung von Plagiaten

## Das Modell

In einer Sammlung von Dokumenten wird jedes Dokument als Menge von Wörtern aufgefasst. Wird die Häufigkeit der Wörter berücksichtigt, spricht man von einer *Multimenge* (*Bag of Words*).

Wählt man eine willkürliche aber feste Reihenfolge in der Menge aller Wörter in der Dokumentsammlung $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \ldots, \vec{w}_n)$, so lässt sich jedes Dokument $d$ der Kollektion als Vektor

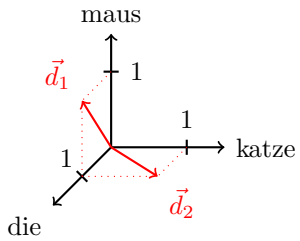
$$\vec{d} = h_1 \cdot \vec{w}_1 + h_2 \cdot \vec{w}_2 + \ldots + h_n \cdot \vec{w}_n$$

im Vektorraum der $n$ fest gewählten (Basis)Wörter darstellen. Die skalaren Komponenten $h_1, h_2, \ldots, h_n$ stellen die Häufigkeiten der entsprechenden Wörter dar.

## Beispiel 1

$\vec{d}_1 =$ „die maus“
$\vec{d}_2 =$ „die katze“

| Basisvektor | $\vec{d}_1$ | $\vec{d}_2$ |
|---|---|---|
| die | 1 | 1 |
| maus | 1 | 0 |
| katze | 0 | 1 |




Nun können wir den Winkel zwischen den vektorisierten Dokumenten $\vec{d}_1$ und $\vec{d}_2$ als Mass für ihre Distanz auffassen. Dafür verwenden wir die aus der Vektorgeometrie bekannte Zwischenwinkelformel:

$$\varphi = \arccos \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{|\vec{d}_1| \cdot |\vec{d}_2|}$$

**Beispiel 1 (Fortsetzung)**

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ („die katze“) $\qquad \vec{d_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ („die maus“)

$$\varphi = \arccos \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}}$$

$$= \arccos \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ$$

**Beispiel 2**

$\vec{d_1}$ = „der hund jagt die katze“

$\vec{d_2}$ = „die katze jagt den hund“

$\vec{d_3}$ = „die katze jagt die maus“

| Basisvektor | $\vec{d_1}$ | $\vec{d_2}$ | $\vec{d_3}$ |
|---|---|---|---|
| der | 1 | 0 | 0 |
| hund | 1 | 1 | 0 |
| jagt | 1 | 1 | 1 |
| die | 1 | 1 | 2 |
| katze | 1 | 1 | 1 |
| den | 0 | 1 | 0 |
| maus | 0 | 0 | 1 |

Welche der drei Dokumente haben die kleinste „Distanz“?

$$\text{dist}(\vec{d_1}, \vec{d_2}) = \arccos \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = 36.87^\circ$$

$$\text{dist}(\vec{d_2}, \vec{d_3}) = \arccos \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{7}} = 47.46^\circ$$

$$\text{dist}(\vec{d_3}, \vec{d_1}) = \arccos \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{7}} = 47.46^\circ$$

**Bemerkungen**

- Es treten nur Winkel zwischen 0° (wortmässige Übereinstimmung) und 90° (disjunkte Wortmengen) auf.
- In bestimmten Situationen kann es sinnvoll sein, Wörter höchstens einfach zu zählen oder Wörter aus den Dokumenten zu entfernen, die keinen Beitrag zu ihrer Charakterisierung leisten (*Stop words*).

### Geschichte

Das Vektorraummodell geht auf Gerhard Salton zurück, der es in den 60er Jahren bei der Arbeit am SMART-Projekt (System for the Mechanical Analysis and Retrieval of Text) entwickelt hat (Fuhr, 2006).

### Quellen

Demaine, E. (2011). Lecture 2: Models of Computation, Document Distance. 33'–43'. https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-006-introduction-to-algorithms-fall-2011/lecture-videos/lecture-2-models-of-computation-document-distance/ (7.9.2018)

Fuhr, N. (2006). *Information Retrieval*. Skriptum zur Vorlesung im SS 06. http://www.is.informatik.uni-duisburg.de/courses/ir_ss06/folien/irskall.pdf (7.9.2018)