

## Trigonometrie (Übungsblatt 6)

## Aufgabe 1

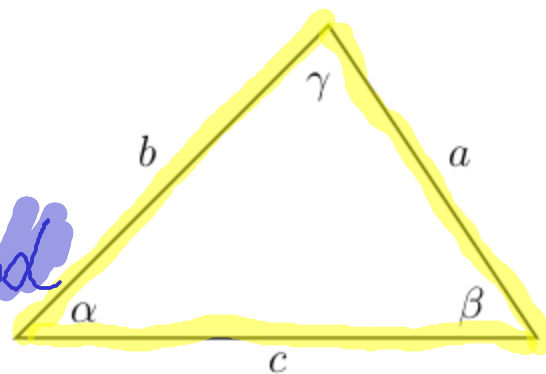


Gegeben:  $a = 7.91 \text{ cm}$ ,  $b = 7.31 \text{ cm}$ ,  $c = 4.94 \text{ cm}$

Gesucht:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$

Cosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$



$$2bc \cdot \cos \alpha = b^2 + c^2 - a^2$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \parallel \arccos$$

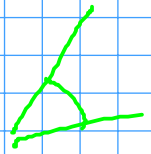
$$\alpha = \cos^{-1} \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\alpha = 77.79^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = 64.59^\circ$$

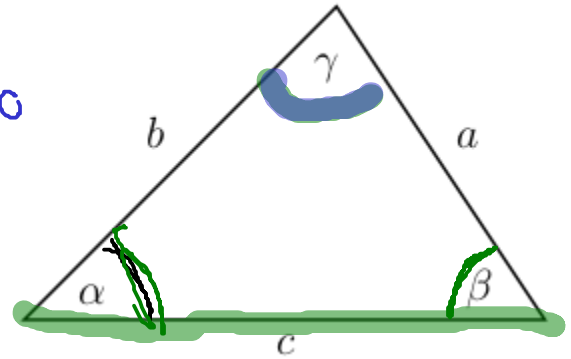
$$\gamma = \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = 37.62^\circ$$

## Aufgabe 2

Gegeben:  $c = 4.83 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 42.17^\circ$ ,  $\beta = 79.5^\circ$ Gesucht:  $a$ ,  $b$ ,  $\gamma$ 

$$\gamma = 180^\circ - 42.17^\circ - 79.5^\circ$$

$$= \underline{\underline{58.33^\circ}}$$



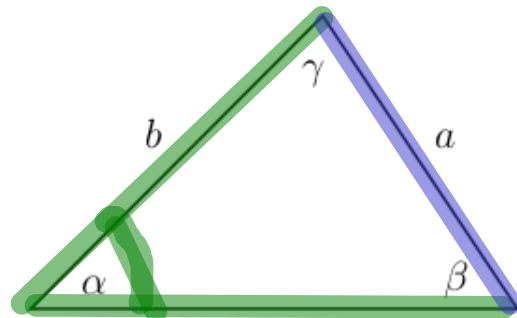
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow a = c \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} = \underline{\underline{3.81 \text{ cm}}}$$

$$b = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \underline{\underline{5.58 \text{ cm}}}$$

### Aufgabe 3

Gegeben:  $b = 4.12 \text{ cm}$ ,  $c = 5.34 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 103.95^\circ$

Gesucht:  $a$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha} = \frac{7.93 \text{ cm}}{49}$$

$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha}{a} \Rightarrow \sin \beta = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha$$

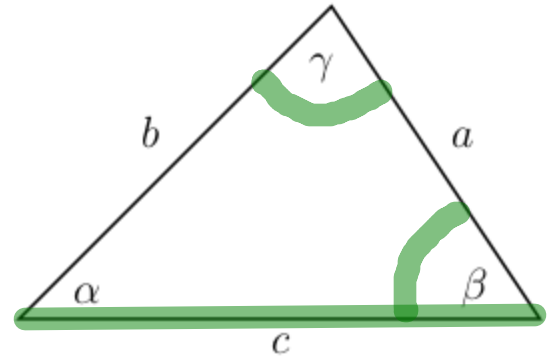
$$\Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{b}{a} \cdot \sin \alpha\right)$$
$$\beta = \frac{30.28^\circ}{32.27^\circ}$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{c}{b} \cdot \sin \beta\right) = \frac{40.81^\circ}{43.79^\circ}$$

## Aufgabe 4

Gegeben:  $c = 5.53 \text{ cm}$ ,  $\beta = 92.0^\circ$ ,  $\gamma = 41.38^\circ$

Gesucht:  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$



Seite & gegenüber-  
liegender Winkel  
 $\Rightarrow$  Sinussetz

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow b = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$\underline{b = 8.36 \text{ cm}}$$

$$\underline{\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 46.62^\circ}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow a = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$\underline{a = 6.08 \text{ cm}}$$

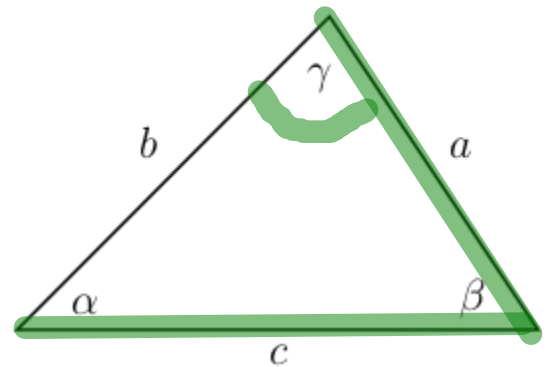
Hier ist es sinnvoll, ohne zykl.  
Vertauschung; d.h. mit den  
gegebenen Größen  $c$ ,  $\sin(\gamma)$   
zu rechnen, damit die Rundung  
von  $a$  das Resultat nicht beeinflusst.

Für eine eindeutige Lösung muss der Gegenwinkel der längeren Seite gegeben sein

## Aufgabe 5

Gegeben:  $a = 3.97 \text{ cm}$ ,  $c = 6.33 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 60.12^\circ$

Gesucht:  $b$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{a}{c} \cdot \sin \gamma$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c} \sin \gamma\right) \Rightarrow \alpha = 32.94^\circ$$

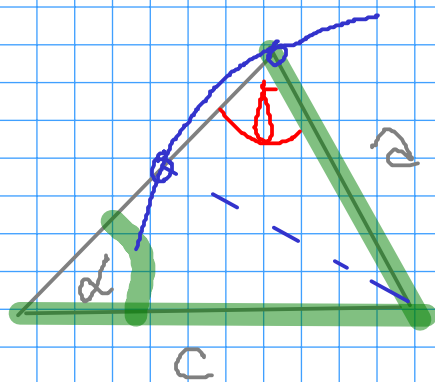
$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma \Rightarrow \beta = 86.94^\circ$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow b = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \Rightarrow b = 7.29 \text{ cm}$$

# Zusatzaufgabe ("Problemfall")

Gegeben: Dreieck mit

$$c = 6 \text{ cm}, a = 4 \text{ cm}, \alpha = 30^\circ$$

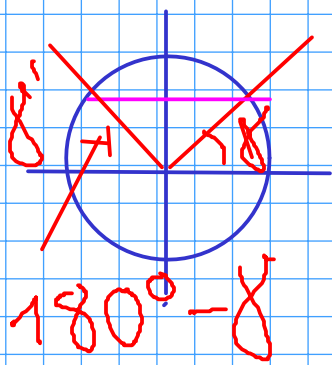


Gegenwinkel  
der kürzeren  
Seite

$$\frac{\sin \gamma}{c} = \frac{\sin \alpha}{a} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a}$$

$$\Rightarrow \gamma = \arcsin \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} = \underline{48.59^\circ}$$

$$\gamma' = 180^\circ - 48.59^\circ = \underline{131.41^\circ}$$



$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma = \underline{101.41^\circ}$$

$$\beta' = 180^\circ - \alpha - \gamma' = \underline{18.59^\circ}$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\begin{aligned} b &= 7.84 \text{ cm} \\ b' &= 2.55 \text{ cm} \end{aligned}$$