

Aufgabe 1

Ansatz: $y = ax^2 + bx + c$

Gleichungssystem: $(-2)^2a + (-2)b + c = 7$
 $2^2a + 2b + c = 9$
 $4^2a + 4b + c = 11$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & 1 & 9 \\ 16 & 4 & 1 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{rref}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$a = -0.5$

$b = 4 \quad \Rightarrow \quad f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 3$

$c = 3$

Ansatz: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Gleichungssystem: $d = -1$
 $-a + b - c + d = -1$
 $8a + 4b + 2c + d = 23$
 $-8a + 4b - 2c + d = -1$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 & 23 \\ -8 & 4 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{rref}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$a = 1$

$b = 3$

$c = 2$

$d = -1$

$\Rightarrow \quad f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 1$

Aufgabe 3

Gleichungssystem:

$0.5 \cdot v_A + 0.25 \cdot v_L = 72$

$0.25 \cdot v_A + 0.5 \cdot v_L = 63$

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 72 \\ 0.25 & 0.5 & 63 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{rref}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 108 \\ 0 & 1 & 72 \end{pmatrix}$$

$v_A = 108 \text{ km/h}$

$v_L = 72 \text{ km/h}$

Aufgabe 4

Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lcl} a + 5 = 2(b - 5) & & a - 2b = -15 \\ b + 13 = 3(c - 13) & \Rightarrow & b - 3c = -52 \\ c + 3 = 6(a - 3) & & c - 6a = -21 \end{array}$$

Koeffizientenmatrix: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -15 \\ 0 & 1 & -3 & -52 \\ -6 & 0 & 1 & -21 \end{pmatrix}$

reduzierte Zeilenstufenform: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 21 \end{pmatrix}$

Lösungen ablesen: $a = 7, b = 11, c = 21$