Rechnen mit dem TI-84 Plus

Theorie

1 Bedienung

Ein- und Ausschalten

Einschalten: on

Ausschalten: 2nd [off]

Beim Einschalten zeigt der TI-84 den Bildschirm an, so wie er bei der letzten Benutzung ausgesehen hat.

Um die Nutzungsdauer der Batterien zu verlängern, schaltet sich der TI-84 aus, falls 5 Minuten lang keine Aktivität festgestellt wurde.

Wird der TI-84 mit einem anderen TI-84 oder einem PC verbunden, schaltet er sich automatisch ein.

Anzeigekontrast

Für stärkeren Kontrast: 2nd ▲

Für schwächeren Kontrast: 2nd ▼

Anzeige von Eingaben und Ergebnissen

Die Eingabe wird am linken Rand des Hauptbildschirmes angezeigt, das Ergebnis einer Berechnung rechtsbündig auf der nächsten Zeile.

Es ist nicht nötig, vor einer neuen Eingabe, die vorhergehende zu löschen.

Benötigt eine Ausgabe mehr als die 16 Zeichen pro Zeile, so werden links oder rechts Auslassungspunkte (...) angezeigt. Drücke ◄ oder ►, um den nicht sichtbaren Teil der Antwort in die Anzeige zu holen.

Ausdrücke

Ein Ausdruck ist eine Folge von Zahlen, Variablen und Funktionen Diese Folge dient zur Berechnung eines einzigen Ergebnisses. Ein TI-84-Ausdruck ist mit einem Term in der Algebra vergleichbar.

Ein Ausdruck wird über die Tastatur eingegeben und durch die enter abgeschlossen. Dabei spielt es keine Rolle, an welcher Stelle der Cursor im Ausdruck steht.

Beispiele:

- 3π
- (5.25–3.73)/sin(1/10)

Befehle

Ein Befehl bewirkt eine Aktion. Beispiele für Befehle sind

- AxesOn Schaltet die Koordinatenachsen ein.

- Clear Entries Löscht den Eingabe-Zwischenspeicher.
- ClrDraw Löscht alle Elemente einer Grafik.

Editiertasten

Drückt man die 2nd-Taste, so löst der nächste Tastendruck die 2nd-Funktion (in blauer Schrift) aus.

Ein irrtümlich gedrücktes 2nd wird durch erneutes Drücken der 2nd-Taste aufgehoben.

Betätigt man alpha, so wird beim folgenden Tastendruck ein Alpha-Zeichen (grüne Tastenbelegung) eingegeben.

Um ein irrtümlich gedrücktes Alpha zu beenden, ist die alpha-Taste oder eine der Cursortasten zu betätigen.

2nd alpha: Feststelltaste für Alpha-Zeichen. Um die Feststelltaste aufzuheben, ist erneut alpha zu drücken.

- Die Taste ► bewegt den Cursor in einem Ausdruck um eine Position nach rechts.
- Die Taste ◄ bewegt den Cursor in einem Ausdruck um eine Position nach links.
- Die Taste ▲ bewegt den Cursor (in der Liste der Ein- und Ausgaben) um eine Zeile nach oben.
- Die Taste ▼ bewegt den Cursor (in der Liste der Ein- und Ausgaben) um eine Zeile nach unten.

Das Gedrückthalten der jeweiligen Taste wiederholt die Aktion.

- Die Tastenkombination 2nd ◄ setzt den Cursor an den Anfang eines Ausdrucks.
- Die Tastenkombination 2nd ► setzt den Cursor an das Ende eines Ausdrucks.

- Die Taste enter wertet einen Ausdruck aus oder führt einen Befehl aus.
- Die Taste clear löscht die aktuelle Zeile des Hauptbildschirmes.

  Nochmaliges drücken von clear löscht alles auf dem Hauptbildschirm.
- Die Taste del löscht das Zeichen an der Cursoroposition.
- Die Tastenkombination 2nd [ins] fügt Zeichen an der Cursorposition ein und schiebt bereits vorhande Zeichen nach rechts.

Cursorformen

- Ein gefülltes blinkendes Rechteck (█) bedeutet, dass das nächste Zeichen an der Cursorposition eingfügt wird. Bereits vorhandene Zeichen werden überschrieben.
- Ein blinkender Unterstrich (_) bedeutet, dass an der Cursorposition ein Zeichen eingfügt wird. Bereits vorhandene Zeichen werden nach rechts verschoben.
- Ein blinkender nach oben gerichteter Pfeil (↑) zeigt an, dass die 2nd gedrückt wurde. Nochmaliges drücken von 2nd hebt die Wirkung wieder auf.
- Ein blinkendes grosses A (A) weist darauf hin, dass die alpha-Taste gedrückt wurde.

Moduseinstellungen

Die Moduseinstellungen legen fest, wie der TI-84 Zahlen und Graphen darstellt.

Die Moduseinstellungen werden mit mode aufgerufen.

Ein- und Ausgabe mathematischer Ausdrücke

- MATHPRINT

  Pretty-Printing Darstellung mathematischer Ausdrücke; etwas unbequem in der Eingabe.
- CLASSIC

  Klassische Darstellung mathematischer Ausdrücke.

Zahlendarstellung

- NORMAL

  übliche Zahlendarstellung (0.000123)
- SCI

  wissenschaftliche Zahlendarstellung ($1.23 \cdot 10^{-4}$)
- ENG

  ingenieurdarstellung von Zahlen ($123 \cdot 10^{-6}$)

Nachkommastellen

- FLOAT

  Das Resultat wird, falls nötig, mit 10 Stellen gerundet dargestellt.
- 0

  Das Resultat wird auf 0 Stellen gerundet dargestellt.

- 1

  Das Resultat wird auf 1 Stelle gerundet dargestellt.

- 2

  Das Resultat wird auf 2 Stellen gerundet dargestellt.

- usw.

Winkelmass

- RADIAN

  Winkel werden im Bogenmass dargestellt (2π rad $\widehat{=}$ 360°)

- DEGREE

  Winkel werden im Gradmass dargestellt (360° $\widehat{=}$ 2π rad)

1.1 Speicherfunktionen

Wertzuweisung an eine Variable

1. Gib den zu speichernden Wert (oder Ausdruck) ein.
2. Drücke die Taste sto→.
3. Drücke alpha und den Buchstaben der Variablen.
4. Schliesse die Eingabe mit enter ab.

Um einer Variablen einen neuen Wert zuzuordnen, muss die obige Prozedur wiederholt werden. Der alte Wert wird überschrieben.

Achtung: Auf dem TI-84 Plus dürfen Variablennamen nur aus *einem* Buchstaben bestehen (Ausnahmen: Programmnamen und Listen). Daher würde der TI-84 den Ausdruck RADIUS als implizites Produkt R*A*D*I*U*S auswerten.

Beispiel

```
5+2→A
                 7
```

Wert einer Variablen anzeigen

Gib (in einer leeren Zeile) die Variable ein und drücke enter.

Beispiel:

```
A
                 7
```

Rechnen mit Variablen

Die Variablennamen können – sofern ihnen ein Wert zugewiesen wurde – wie Zahlen in einem Ausdruck verwendet werden.

Beispiel:

5*A+1
36

Recall

Um Variableninhalte abzurufen und an die aktuelle Cursorposition zu kopieren ist 2nd [rcl], gefolgt vom Variablennamen einzugeben.

Diese Funktion wird aber kaum gebraucht.

Letzte Eingabe

Wenn im Hauptbildschirm enter gedrückt wurde, so wird der betreffende Ausdruck oder Befehl in einem Speicherbereich mit dem Namen entry abgelegt.

Mit den Tastenfolge 2nd [entry] kann die letzte Eingabe aus diesem Speicherbereich in die aktuelle Zeile zurückgerufen werden.

Falls die aktuelle Zeile bereits Zeichen enthält, werden diese durch 2nd [entry] überschrieben.

Wiederholte Anwendung von 2nd [entry] holt die zweitletzte, drittletzte, ... Eingabe in die aktuelle Zeile. Damit können insgesamt 128 Bytes an letzten Eingaben zurückgerufen werden.

Dieselbe Wirkung haben auch die Tasten ▲ und ▼.

Letztes Resultat

Das Resultat der letzten Rechnung wird unter dem Variablennamen ans gespeichert. Durch 2nd [ans] kann der Wert dieser Variablen in neue Ausdrücke einbezogen oder mit enter nochmals angezeigt werden.

Soll beispielsweise das Resultat des letzten Ausdrucks mit der Zahl 33 multipliziert werden, so genügt es, * 33 enter zu drücken.

Mehrere Einträge in einer Zeile

Mit der Tastenkombination alpha alpha können mehrere Ausdrücke oder Befehle eingegeben werden. Es wird aber nur das Ergebnis des letzten Ausdrucks angezeigt.

Beispiel:

2+3:4+5:6+7
13

Menüs

Menüs erlauben einen geordneten Zugriff auf die Operationen des TI-84. Die Benutzung von Menüs soll am Beispiel des Math-Menüs erklärt werden.

Wir öffnen das Math-Menü mit der Taste [math]

In der obersten Zeile erscheinen 4 Menünamen.

MATH NUM CMPLX PROB FRAC

Mit den horizontalen Cursortasten kann zwischen den Menüs gewechselt werden.

Unterhalb eines Menünamens können mehrere Menüoptionen stehen, die mit 1, 2, ..., 9, 0, A, B, C, ... durchnumeriert sind. Besteht ein Menü aus mehr als sieben Optionen, erscheint ein Abwärtspfeil in der zuletzt angezeigen Option.

Mit den Tasten [▲] und [▼] kann (zyklisch) zwischen den Menüoptionen gewechselt werden. [alpha] [▲] bzw. [alpha] [▼] ermöglichen ein Überspringen von 6 Zeilen.

Um eine Menüoption auszuwählen, drücken wir die betreffende Nummer bzw. den betreffenden Buchstaben des Menus oder wir wir setzen den Cursor an die betreffe stelle und drücken [enter].

Wurde eine Menüoption ausgewählt, gelangt man wieder auf den Hauptbildschirm. Will man aber ein Menü ohne Auswahl verlassen, so gibt es folgende Möglichkeiten:

- Rückkehr zum Hauptbildschirm: [2nd] [quit]
- Rückkehr zum vorhergehenden Bildschirm: [clear]
- Wähle ein anderes Menu
- Starte den Grafik- oder den Tabellenbildschirm

Fehlerbehebung

Entdeckt der TI-84 beim Auswerten eines Ausdrucks oder beim Ausführen eines Befehls einen Fehler, erscheint eine Fehlermeldung. Häufige Fehlertypen sind:

- SYNTAX (sinnloser Ausdruck wie z. B. 5++6)
- DIVIDE BY 0 (Division durch Null)
- NONREAL ANS (Wurzel aus einer negativen Zahl)

Meist sind folgende Optionen verfügbar:

1:Quit

2:Goto

Wählt man 1, so erscheint der vorhergende Bildschirm, wobei der Cursor auf der nächsten freie Zeile steht.

Wählt man 2, so erscheint der vorhergende Bildschirm, wobei der Cursor an oder auf der fehlerhaften Stelle steht, so dass man den Fehler korrigieren kann.

1.2 Kontrollfragen

Aufgabe 1.1

Mit welchen Tasten lässt sich der Kontrast der Anzeige verändern?

2nd und ▲ bzw. 2nd und ▼

Aufgabe 1.2

Wie viele Tasten musst du höchstens drücken, wenn du das Wort `SUPERCALIFRAGILIS` eingeben willst?

Minimal: $2 + 17 = 19$

Aufgabe 1.3

Was ist ein Ausdruck?

Eine Folge von Zahlen, Variablen, Klammern, Operationszeichen und Funktionen, um ein Resultat zu berechnen.

Aufgabe 1.4

Mit welcher Taste speichert man den Wert eines Ausdrucks unter einer Variablennamen ab?

sto→

Aufgabe 1.5

In welchem Menü kann man die Anzahl der Nachkommastellen verändern?

Im mode-Menü

Aufgabe 1.6

Zähle zwei Möglichkeiten auf, ein Menü zu verlassen.

2nd [quit] oder clear

Aufgabe 1.7

Welche Taste wurde zuletzt gedrückt, wenn im Cursor das Symbol ↑ erscheint?

2nd

Aufgabe 1.8

Mit welchen Tasten schaltet man die Alpha-Feststellfunktion aus?

alpha

Aufgabe 1.9

Welche Tasten musst du drücken, um die vorletzte Eingabe in die aktuelle Anzeige zu holen?

2nd [entry] 2nd [entry]

oder

▲ ▲

Aufgabe 1.10

Was bedeutet der Ausdruck Ans*12?

Das Resultat des letzten Ausdrucks wird mit 12 multipliziert.

Aufgabe 1.11

Welches Zahl ist nach der Eingabe 5→A:7+A→A:3*A+1→A in der Variablen A gespeichert?

nach 5 STO A ist A=5

nach 7 + A STO A ist A=12

nach 3*A + 1 STO A ist A=37

Aufgabe 1.12

Was bedeutet es, wenn der Cursor in Form eines blinkenden Unterstrichs dargestellt wird?

Dass man im Einfügemodus ist.

Aufgabe 1.13

Muss der Cursor am Ende eines Ausdrucks stehen, wenn man ihn mit enter auswertet?

Nein

Aufgabe 1.14

Wie kann man schnell ans Ende eines Ausdruck gelangen?

2nd ►

Aufgabe 1.15

Du drückst die clear-Taste. Wann löschst du damit den ganzen Hauptbildschirm?

Wenn der Cursor in einer leeren Zeile steht.

Aufgabe 1.16

Welche Menüoption muss im Mode-Menü eingestellt sein, damit der TI-84 die Winkelfunktionen im Gradmass berechnet?

DEGREE

2 Mathematische Operationen

Eine Operation wird durch einen *Operator* (*Was* soll geschehen?) und einen oder mehrere *Operanden* (*Womit* soll etwas geschehen?) dargestellt. Das Resultat einer Operation wird *Wert* genannt.

Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division

In der Addition 5+4 ist das +-Zeichen der Operator und die Zahlen 5 und 4 die Operanden.

Die Division 5/4 hat die gleichen Operanden aber als Operator das Divisionszeichen.

Wenn ein Operator *zwischen* den Operanden steht, heisst das *Infix*-Notation.

Die Negation einer Zahl

Die Taste (-) bewirkt eine Vorzeichenumkehr des danach stehenden Operanden.

Beispiel: -----5 ergibt -5

Obwohl der Ausdruck 9*-3 formal falsch ist, denn es müsste 9*(-3) heissen, wertet der TI-84 das Resultat korrekt aus.

Da das Potenzieren vor der Negation ausgeführt wird, sind nötigenfalls Klammern zu setzen. Studiere die folgenden Beispiele genau:

- $-3^4 = -81$
- $(-3)^4 = 81$
- $-2^3 = -8$
- $(-2)^3 = -8$

Beachte: Verwendet man (-) in einer Subtraktion oder − zur Negation, führt dies zu einer Fehlermeldung.

Implizite Multiplikation

Die impliziten Multiplikation bezeichnet den Umstand, dass zwischen

- Zahl und Variable
- Zahl und Klammer
- Variable und Variable
- Variable und Klammer
- Klammer und Klammer

das Multiplikationszeichen weggelassen werden darf.

Vorsicht: Bei einigen Taschenrechnern hat die implizite Multiplikation Vorrang vor der expliziten Multiplikation und der Division.

Trigonometrische Funktionen

Bei den Tasten für die Winkelfunktionen sin, cos oder tan wird auf der Anzeige gleich eine öffnende Klammer mitgeliefert. Es gehört zum „guten Ton“, nach der Eingabe des Winkels die Klammer wieder zu schliessen.

In der Rechnung sin(60) ist sin der Operator und 60 der Operand.

Wenn ein Operator vor dem Operand (oder den Operanden) steht, heisst das *Präfix*-Notation.

Die Arkusfunktionen zu den trigonometrischen Funktionen erreicht man mit 2nd [$\sin^{-1}$], 2nd [$\cos^{-1}$] und 2nd [$\tan^{-1}$].

Das Resultat einer Winkelfunktion hängt davon ab, welches Winkelmass (Grad- oder Bogenmass) im Mode-Menü eingestellt ist.

Wer das Bogenmass noch nicht kennt, achte unbedingt darauf, dass in der dritten Zeile des Mode-Menüs die Option Degree eingestellt ist.

Quadrat und Quadratwurzel

Die Lage und Funktion der betreffenden Tasten dürfte von anderen Taschenrechnern her bekannt sein.

In der Rechnung 5^2 ist 5 der Operand und ^{2} der Operator.

Wenn ein Operator *nach* dem Operand (oder den Operanden) steht, heisst das *Postfix*-Notation.

Hingegen muss die Quadratwurzel in Präfix-Notation eingegeben werden: √(25)

Potenzen

Der Operator zum Potenzieren ist der Zirkumflex, welcher in Infix-Notation gebraucht wird: 2^7. Die Operanden sind 2 (*Basis*) und 7 (*Exponent*).

Kehrwert

Die Taste $\boxed{^{-1}}$ wird zur Bestimmung des Kehrwerts gebraucht.

Beispiel: $(2/3)^{-1}$ ergibt 1.5

Die Zahl π

Im TI-84 ist ein Näherungswert der Kreiszahl π (14 bedeutende Stellen) gespeichert, der mit der Tastenkombination $\boxed{\text{2nd}}$ [π] abgerufen oder in einem Ausdruck verwendet werden kann.

Die EE-Taste

Wird zur Darstellung von betragsmässig sehr grossen oder sehr kleinen Zahlen gebraucht.

Um beispielsweise $2.367 \cdot 10^9$ einzugeben, gibt man zuerst 2.367 ein, betätigt anschliessend $\boxed{\text{2nd}}$ [EE] und gibt dann den Exponenten 9 ein.

Umgekehrt muss das Resultat der Rechnung 654321^2 als $4.28135971 \cdot 10^{11}$ interpretiert werden.

Reihenfolge der Auswertung mathematischer Ausdrücke

1. Klammern
2. Funktionen, die vor dem Argument stehen: sin, cos, ...
3. Funktionen, die nach dem Argument stehen: !, $^{-1}$, ...
4. Potenzen und Wurzeln
5. Multiplikation, Division
6. Implizite Multiplikation
7. Addition, Subtraktion

Innerhalb einer Prioritätenebene wertet der TI-84 die Operationen von links nach rechts aus.

2.1 Das MATH MATH-Menü

MATH 1:

Der Frac-Operator versucht, eine Dezimalzahl als Bruch darzustellen. Damit können Brüche auch gekürzt werden. Beispiele:

Eingabe	Ausgabe
1/4 + 1/5 ▶Frac	9/20
0.3 ▶Frac	3/10
0.33 ▶Frac	33/100
0.33333333333333 ▶Frac	1/3 [ist falsch!]
200/300 ▶Frac	2/3
1/12345 ▶Frac	8.100445525E-5

Das letzte Beispiel zeigt, dass die Funktion bei Brüchen mit zu grossem Nenner versagt.

MATH 2:

Der Dec-Operator erzwingt die Darstellung in Dezimalschreibeise.

MATH 3:

Die Funktion ^{3} berechnet man die dritte Potenz des vorangehenden Operanden.

Die Eingabe mit der $\boxed{\hat{}}$-Taste ist jedoch unkomplizierter.

MATH 4:

Die Funktion $\sqrt[3]{}($ zieht die dritte Wurzel aus dem folgenden Operanden.

Die alternative Eingabe 8^(1/3) ist jedoch unkomplizierter.

MATH 5:

Die Funktion $\sqrt[x]{}($ zieht die x-te Wurzel aus dem folgenden Operanden.

Beispiel: $5\sqrt[x]{}(243)$ ergibt 3, denn $3^5 = 243$

MATH 6 bis MATH B:

Diese Funktionen werden erst in der 5. und 6. Klasse gebraucht.

2.2 Das MATH NUM-Menü

NUM 1:

abs(...) berechnet den Absolutbetrag des Arguments.

Beispiel: abs(5−17) ⇒ -12

NUM 2:

Die Funktion round(x,y) rundet das Argument x auf die Anzahl der Stellen, die im zweiten Argument y angegeben wird.

Beispiel: round(π,2) ⇒ 3.14

NUM 8:

Die Funktion lcm(a,b) berechnet das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der beiden Argumente.

lcm steht für *least common multiple.*

Beispiel: lcm(4,6) ⇒ 12

Will man das kgV für mehr als zwei Operanden berechnen, muss lcm verschachtelt werden.

Beispiel: lcm(lcm(2,3),7) ⇒ 42

NUM 9:

Die Funktion gcd(a,b) berechnet den grössten gemeinsamen Teiler (ggT) der beiden Argumente.

gcm steht für *greatest common divisor*. Die Funktionsweise ist analog zu der von lcm.

Beispiel: gcd(16,24) ⇒ 8

2.3 Das MATH PRB-Menü

PRB steht als Abkürzung für *probability* (Wahrscheinlichkeit)

PRB 2:

Die Funktion a nPr b berechnet die Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten von b Individuen auf a Plätzen.

Beispiel: Auf wie viele Arten können 2 Personen auf 3 Stühle gesetzt werden?

3 nPr 2 ⇒ 6

Beispiel: Auf wie viele Arten können 3 Personen auf 2 Stühle gesetzt werden?

2 nPr 3 ⇒ 0

PRB 3:

Die Funktion a nCr b berechnet die Anzahl der Teilmengen mit b Elementen aus einer Menge mit a Elementen.

Beispiele:

- Auf wie viele Arten kann ich aus 3 Personen eine Zweiergruppe auswählen?

  3 nCr 2 ⇒ 3

- Auf wie viele Arten kann ich aus einer Klasse mit 18 Schülern eine Volleyballmannschaft mit 6 Spielern auswählen?

  18 nCr 6 ⇒ 18564

PRB 4:

Der Operator ! berechnet die Fakultät des davor stehenden Operanden.

Beispiele:

Eingabe	Ausgabe	
4!	24	$(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)$
3!	6	$(3 \cdot 2 \cdot 1)$
2!	2	$(2 \cdot 1)$
1!	1	(1)
0!	1	„leeres Produkt“

2.4 Das ANGLE-Menü

ANGLE 1-2:

Mit den Symbolen °, ′ sowie den doppelten Anführungszeichen (alpha ["]) können Winkel in Grad, Bogenminuten und Bogensekunden eingegeben werden.

Der Wert des Ausdrucks ist ein Grad-Dezimalzahl:

Beispiel: 2°40'12" $\Rightarrow$ 2.67

ANGLE 3:

Mit dem Operator ▶DMS können Winkel in Dezimalform in Grad, Winkelminuten und Winkelsekunden dargestellt werden.

Beispiel: 2.67▶DMS $\Rightarrow$ 2°40'12"

2.5 Kontrollfragen

Aufgabe 2.1

Nenne den Operator, die Operanden und die Notation der Operation.

Aufgabe 2.1 (a)

$5 \cdot 3$

Operator:	$\cdot$
Operand(en):	5 und 3
Notation:	Infix

Aufgabe 2.1 (b)

3!

Operator:	!
Operand(en):	3
Notation:	Postfix

Aufgabe 2.1 (c)

2^7

Operator:	ˆ
Operand(en):	2 und 7
Notation:	Infix

Aufgabe 2.1 (d)

-42

Operator:	-
Operand(en):	42
Notation:	Präfix

Aufgabe 2.2

Berechne $5\,290\,030 \cdot 79\,789\,111$ und stelle das Resultat in Exponentialschreibweise dar.

$4.220867909 \cdot 10^{14}$

Aufgabe 2.3

Erkläre, was mit dem Begriff *implizite Multiplikation* genau gemeint ist.

Das Multiplikationszeichen darf (ausser zwischen zwei Zahlen) weggelassen werden.

Aufgabe 2.4

Wie gibst du die Zahl $2.459 \cdot 10^6$ ein, wenn du möglichst wenig Tasten drücken willst? Hinweis: Es gibt 2 Lösungen.

2.459 `2nd` `[EE]` `6` oder 2.459 `*` `2nd` `[10^x]` `6`

Aufgabe 2.5

Berechne $\sqrt{63\,721 + 224\,648}$.

537

Aufgabe 2.6

Berechne $\dfrac{2.7 + 9.32 - 4.67}{2.12 \cdot 5 - 5}$

1.3125

Aufgabe 2.7

$2.5^3 - \frac{1}{8} = ?$

15.5

Aufgabe 2.8

Berechne $\sqrt{3}\,(2+\sqrt{2})$ und Runde das Resultat auf drei Stellen nach dem Komma.

5.914

Aufgabe 2.9

Berechne $\frac{22}{7} - \pi$ und Runde das Resultat auf drei signifikante (wesentliche) Stellen.

0.00126

Aufgabe 2.10

Berechne $\arcsin 0.5$.

30°

Aufgabe 2.11

Berechne $\frac{1}{1.25}$ ohne die Taste $\boxed{\div}$ zu verwenden.

1.25 $\boxed{x^{-1}}$ $\Rightarrow$ 0.8

Aufgabe 2.12

Berechne $\frac{3.5}{1.3 \cdot 4.6}$ und stelle das Resultat als Bruch dar.

3.5/1.3/4.6 ▶Frac $\Rightarrow$ 175/299

oder

3.5/(1.3*4.6) ▶Frac $\Rightarrow$ 175/299

Aufgabe 2.13

Kürze $\frac{243}{1296}$.

243/1296 ▶Frac $\Rightarrow$ 3/16

Aufgabe 2.14

$\sqrt[5]{243} = ?$

243^(1/5) $\Rightarrow$ 3

oder

5 $\sqrt[x]{}$243 $\Rightarrow$ 3

Aufgabe 2.15

Berechne den ggT der Zahlen 5790 und 2256.

gcd(5790,2256) $\Rightarrow 6$

Aufgabe 2.16

Berechne das kgV der Zahlen 5790 und 2256.

lcm(5790,2256) $\Rightarrow 2\,177\,040$

Aufgabe 2.17

Berechne den kgV der Zahlen 75 und 33 und 36.

lcm(75,lcm(33,36)) $\Rightarrow 9900$

Aufgabe 2.18

Auf wie viele Arten kann aus einer Klasse mit 20 Schülern eine 2er-Delegation ausgewählt werden?

Reihenfolge unwichtig (C=Kombinationen): 20 nCr 2 $\Rightarrow 190$

Aufgabe 2.19

Berechne 10!.

$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3\,628\,800$

Aufgabe 2.20

Für welches maximale $n \in \mathbb{N}$ kann der TI-84 Plus den Ausdruck $n!$ noch berechnen?

$69! \approx 1.711\dot{1}0^{98}$

Aufgabe 2.21

Berechne $\sqrt[4]{81}$.

3

Aufgabe 2.22

Berechne $128^{1/7}$ =?

2

Aufgabe 2.23

2^{-1} =?

0.5

Aufgabe 2.24

Berechne $(-2)^9$, -2^9, -2^8 und $(-2)^8$.

$(-2)^9 = -512$

$-2^9 = -512$

$-2^8 = -256$

$(-2)^8 = 256$

Aufgabe 2.25

Stelle den Winkel $\alpha = 15.38°$ in Grad, Bogenminuten und Bogensekunden dar.

15.38° = 15°22'48"
(
15.38 [2nd] [angle] ▶DMS [enter])

3 Graphische Darstellung von Funktionen

Der Funktionseditor

Man gibt die darzustellende Funktion im Funktionseditor [y=] ein, indem man den Funktionsterm hinter einem freien Gleichheitszeichen eingibt. Beispiel: Y1=X².

Bestehende Funktionsterme können mit [clear] entfernt oder mit [enter] aktiviert/deaktiviert werden, nachdem man den Cursor auf das Gleichheitszeichen gesetzt hat.

Das window-Menü

Der Darstellungsbereich (Fensteroptionen) kann im [window]-Menü verändert werden.

Xmin:	kleinstes x
Xmax:	grösstes x
Xscl:	Abstand der Markierungen auf der x-Achse
Ymin:	kleinstes y
Ymax:	grösstes y
Yscl:	Abstand der Markierungen auf der y-Achse

Das zoom-Menü

Das ZOOM-Menü ermöglicht Vergrösserungen, Verkleinerungen und Verzerrungen. Die wichtigsten Optionen sind:

- Zoom In: Cursor in die Mitte des zu vergrössernden Bereichs fahren und enter drücken
- Zoom Out: Cursor in die Mitte des zu verkleinernden Bereichs fahren und enter drücken
- ZSquare: Koordinatensystem mit gleichen Einheiten auf x- und y-Achse.
- ZStandard: Standard-Koordinatensystem (10×10 Einheiten)

Das format-Menü

Mit der Tastenkombination 2nd [format] erreicht man das Menü für die Einstellungen des Anzeigeformats.

Hier können unter anderem die Achsen, das Gitternetz oder die Achsenbeschriftungen ein- oder ausgeschaltet werden.

Die trace-Funktion

Mit der trace lassen sich die Werte einer Funktion entweder durch Bewegen des Cursors durch direkte Eingabe des Arguments und enter berechnen.

Das calc-Menü

Mit dem Menü calc können die Graphen auf verschiedene Weisen untersucht werden:

- zero: Nullstellen (Schnittpunkte mit der x-Achse)
- minimum: (lokaler) Tiefpunkt eines Graphen
- maximum: (lokaler) Hochpunkt eines Graphen
- intersect: Schnittpunkte mit anderen Graphen

Die graph-Taste

graph startet die grafische Darstellung.

Mit der on-Taste kann der Zeichenvorgang abgebrochen werden.

Beispiel

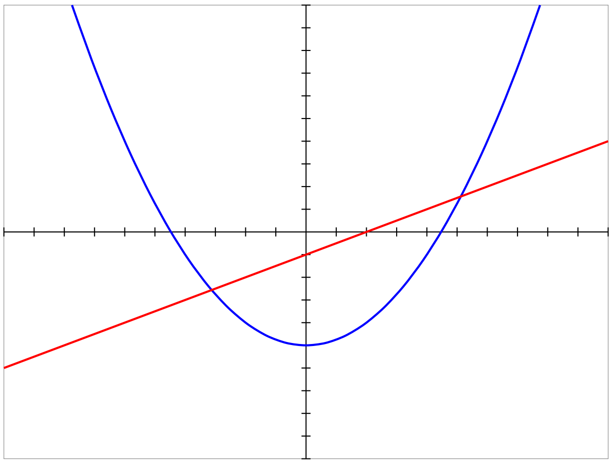
Die beiden Funktionen $f\colon y = \frac{1}{4}x^2 - 4$ und $g\colon y = \frac{1}{2}x - 3$ sollen graphisch dargestellt und untersucht werden.

Schritt 1

- Mit der Taste Y= den Funktionseditor starten.
- Nach \Y1= den Ausdruck 1/4*X^2−5 eingeben. (X fügt man mit der Taste X,T,Θ,n ein)
- Nach \Y2= den Ausdruck 1/2*X−1 eingeben.
- Mit den Cursor-Tasten und clear allfällige andere Funktionsterme löschen.

Schritt 2

Wir lassen uns die Fenstereinstellungen durch die Zoomeinstellung
zoom 6:ZStandard
vorgeben. Dies bewirkt, dass gleich auch die Graphen gezeichnet werden.



Funktionswerte

Wir möchten wissen, welchen Wert die Funktion f an der Stelle $x = 5$ hat und drücken dazu trace 5 enter und erhalten Y=1.25.

Nullstellen

An welcher Stelle schneidet der Graph der Funktion f die x-Achse? Dazu starten wir 2nd [calc] und wählen mit den Cursortasten den Befehl 2:zero aus und bestätigen mit enter.

Auf die Frage Left Bound? verschieben wir den Punkt auf dem Graphen mit den Cursortaste links vor die linke Nullstelle (oder geben z. B. -6 ein) und betätigen enter.

Auf die Frage Right Bound? verschieben wir den Punkt auf dem Graphen mit den Cursortasten rechts vor die linke Nullstelle (oder geben z. B. -3 ein) und betätigen enter.

Auf die Frage Guess? könnte man noch einen Kandidaten für die Nullstelle eingeben; dies überspringen wir mit der enter-Taste und erhalten die linke Nullstelle $x = -4.472136$.

Schnittpunkte

Schnittpunkte lassen sich mit Hilfe der Funktion 5:intersect im 2nd [calc]-Menü bestimmen.

Auf die Frage First curve? wählt man mit den Cursortasten ▲ und ▼ den ersten Graphen aus und bestätigt mit enter.

Auf die Frage Second curve? wählt man mit den Cursortasten ▲ und ▼ den zweiten Graphen aus und bestätigt mit enter.

Auf die Frage Guess? fährt man mit den Cursortasten ◄ und ► auf dem zweiten Graphen in die Nähe des gewünschten Schnittpunkts und drückt enter. Anschliessend sollte der TI-84 den Schnittpunkt ausgeben.

Im Beispiel: $S_1(-3.12, -2.56)$ und $S_2(4, -1)$.

3.1 Kontrollfragen

Aufgabe 3.1

Vervollständige für die Funktion $f\colon y = 0.1x^3 - 0.6x^2 + 0.2x + 1.2$ die folgende Wertetabelle:

x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
y	-90	-43.2	-15.6	-2.4	1.2	0	-1.2	2.4	15.6

y=

\Y1=0.1*X^3−0.6*X^2+0.2*X+1.2

trace -8 enter

Aufgabe 3.2

Bestimme alle drei Nullstellen der Funktion
$f\colon y = \frac{1}{50}x^3 - \frac{3}{20}x^2 - \frac{3}{2}x + 5$
und runde die Resultate auf 4 signifikante Stellen.

$x_1 \approx -7.345, \quad x_2 \approx 2.834, \quad x_3 \approx 12.01$

Aufgabe 3.3

Bestimme alle drei Schnittpunkte der Graphen der Funktionen
$f\colon y = \frac{1}{50}x^3 - \frac{3}{20}x^2 - \frac{3}{2}x + 5$ und $g\colon y = \frac{1}{2}x - 3$
und runde die Koordinaten auf 3 signifikante Stellen.

$S_1(-8.87, -7.43)$

$S_2(3.51, -1.25)$

$S_3(12.9, 3.43)$

4 Lineare Gleichungssysteme

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie man lineare Gleichungssysteme mit Hilfe der Matrizenrechnung löst.

Beispiel 1

$$\begin{aligned} 7x - 6y + 7z &= 3 \\ -x + z &= 5 \\ 3x + y - 5z &= 3 \end{aligned}$$

Schritt 1

Gleichungssystem als Koeffizientenmatrix darstellen:

$$\begin{pmatrix} 7 & -6 & 7 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

Schritt 2

Koeffizientenmatrix eingeben:

- Matrix-Menü aufrufen: 2nd [matrix]
- Mit ▼ und ▲ eine Matrix auswählen: z. B. 1:[A]
- Matrix-Editor starten: ► ► EDIT enter
- Zeilen- und Spaltenzahl festlegen: 3 enter 4 enter
- Koeffizienten eingeben und jeweils mit enter bestätigen.
- Nach der Eingabe des letzten Elementes den Matrix-Editor mit 2nd [quit] verlassen.

Schritt 3

Die Matrix auf reduzierte Zeilen-Stufen-Form (rref) bringen:

- 2nd [matrix] ► MATH ▼ ... B:rref(enter
- 2nd [matrix] NAMES 1:[A] enter) ENTER

(rref steht für *reduced row echelon form*)

Schritt 4

Die reduzierte Zeilen-Stufen-Matrix wieder als Gleichungssystem deuten und die Lösungen ablesen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 68 \\ 0 & 1 & 0 & 164 \\ 0 & 0 & 1 & 73 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 68 \\ y &= 164 \\ z &= 73 \end{aligned}$$

$L = \{(68, 164, 73)\}$

Spezialfall 1

Es gibt Gleichungssysteme, die keine Lösung besitzen. Man erkennt sie daran, dass sie unerfüllbare Gleichungen enthalten.

$$\begin{aligned} x - 2y + 6z &= 5 \\ 3x - 4y + 2z &= 9 \\ -y + 8z &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 & 5 \\ 3 & -4 & 2 & 9 \\ 0 & -1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overset{\text{rref}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x - 10z &= 0 \\ y - 8z &= 0 \\ 0 &= 1 \quad Widerspruch! \end{aligned}$$

$L = \{\ \}$

Spezialfall 2

Es gibt Gleichungssysteme mit unendlich vielen Lösungen. Man erkennt sie daran, dass sie widersprichsfrei sind und die Anzahl der Zeilen, die keine Nullzeilen sind, kleiner ist als die Zahl der Variablen.

$$\begin{aligned} x + 8y - z &= 8 \\ -2x + 6y + 2z &= 6 \\ 5x + 2y - 5z &= 2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 8 & -1 & 8 \\ -2 & 6 & 2 & 6 \\ 5 & 2 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{\text{rref}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x - z &= 0 \\ y &= 1 \\ z &\quad \text{beliebig wählbar} \end{aligned}$$

$L = \{\ (z, 1, z) \colon z \in \mathbb{R}\}$

4.1 Kontrollfragen

Aufgabe 4.1

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

$7x - 6y + 5z = 18$

$5x + 3y - 4z = 28$

$5x + 2y + 3z = 14$

$$\begin{pmatrix} 7 & -6 & 5 & 18 \\ 5 & 3 & -4 & 28 \\ 5 & 2 & 3 & 14 \end{pmatrix} \overset{\text{rref}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$L = \{(4, 0, -2)\}$

Aufgabe 4.2

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 4 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \overset{\text{rref}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x - z &= -2 \quad &\Rightarrow \quad x &= -2 + z \\ y + 2z &= 3 \quad &\Rightarrow \quad y &= 3 - 2z \end{aligned}$$

$L = \{(-2 + z, 3 - 2z, z) \colon z \in \mathbb{R}\}$

Aufgabe 4.3

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} x - y + z &= -8 \\ 8x + 5y + 8z &= 8 \\ 3x - 4y + 3z &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -8 \\ 8 & 5 & 8 & 8 \\ 3 & -4 & 3 & 4 \end{pmatrix} \overset{\text{rref}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$L = \{\,\}$

Aufgabe 4.4

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} -6x + 5y - 9z &= 1 \\ 4x - 3y + 5z &= 1 \\ x + 2y - 7z &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} -6 & 5 & -9 & 1 \\ 4 & -3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & 14 \end{pmatrix} \overset{\text{rref}}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x - z &= 4 \quad &\Rightarrow \quad x &= 4 + z \\ y - 3z &= 5 \quad &\Rightarrow \quad y &= 5 + 3z \end{aligned}$$

$L = \{(4 + z, 5 + 3z, z) \colon z \in \mathbb{R}\}$

5 Polynomgleichungen

Polynom

Ein *reelles Polynom* vom Grad $n \geq 0$ ist ein Ausdruck der Form

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

wobei $a_n \neq 0$, $a_{n-1}, \ldots, a_2$ a_1, a_0 reelle Zahlen sind, die hier *Koeffizenten* genannt werden.

Polynomgleichung

Entsprechend ist eine *Polynomgleichung* vom Grad $n \geq 0$ eine Gleichung der Form

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

wobei hier auf der linken Seite der Gleichung ein reelles Polynom steht.

Polynomgleichungen vom Grad 1

Polynomgleichungen vom Grad 1 sind uns bereits als *lineare* oder *affine Gleichungen* bekannt.

$$ax + b = 0$$

Sie können algebraisch sofort nach x aufgelöst werden:

$$x = -\frac{b}{a}$$

Polynomgleichungen vom Grad 2

Polynomgleichungen vom Grad 2 sind uns als *quadratische Gleichungen* bekannt.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Ihre Auflösung ist etwas trickreicher. Die Lösungen lauten:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Polynomgleichungen vom Grad 3 und 4

Für die *kubische Gleichung*

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

und die die *quartische Gleichung*

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

gibt es seit dem 16. Jahrhundert Auflösungsformeln (die Formel von Cardano bzw. die Formel von Ferrari), die aber sowohl in der Herleitung als auch in der Anwendung kompliziert sind.

Polynomgleichungen vom Grad 5 und höher

Lange Zeit bemühte man sich, Lösungsformeln für Polynomgleichungen vom Grad 5 zu finden.

Überraschenderweise konnten im 19. Jahrhundert die Mathematiker Paolo Ruffini, Nils Henrik Abel und Évariste Galois unabhängig voneinander beweisen, dass es für Poylnomgleichungen vom Grad 5 und höher *keine* allgemeine Lösungsformel geben kann.

Dies bedeutet aber nicht, dass solche Gleichungen keine Lösungen haben. Die Resultate von Ruffini, Abel und Galois besagen nur, dass es für Polynomgleichungen von Grad 5 und höher keine geschlossenen Lösungsformeln mehr gibt, so wie wir sie von den Polynomgleichungen vom Grad 1–4 her kennen.

Polynomial Root Finder

Mit dem Zusatzprogramm PlySmlt2, das im apps-Menü bereits vorinstalliert sein sollte, kann der TI-84 Polynomgleichungen bis zum Grad 10 mit einem numerischen Näherungsverfahren lösen.

Der Vorteil gegenüber der grafischen Methode besteht darin, dass man nicht jede Nullstelle mühsam einzeln bestimmen muss.

Um die Beispielgleichung $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$ zu lösen, öffnet man das apps-Menü, setzt den Cursor auf das Programm PlySmlt2 und startet es mit der enter-Taste. Damit gelangt man zum MAIN MENU, wo man 1:POLYNOMIAL ROOT FINDER wählt.

Unter ORDER legt man den Grad des Polynoms fest. Für unser Beispiel müssen wir den Cursor auf 3 setzen und mit enter bestätigen. Die übrigen Einstellungen können so belassen werden.

Mit NEXT (Taste graph) gelangt man zum Menü für die Eingabe der Koeffizienten. Dort kann man (etwas mühselig) die Koeffizienten des Polynoms eintippen.

Man beachte, dass für fehlende Koeffizienten jeweils eine Null eingegeben wird.

Schliesslich kann man mit SOLVE (Taste graph) das Lösungsprogramm starten und erhält so die Lösungen:

$x_1 = 4$

$x_2 = -3$

$x_3 = 1$

Wenn man eine weitere Polynomgleichung vom gleichen Grad lösen will oder nachträglich bemerkt, dass man Fehler bei der Koeffizienteneingabe gemacht hat, kann man mit dem Menübefehl COEFFS wieder ins letzte Menü zurück.

Um das Programm zu beenden betätigt man zweimal die Tastenkombination 2nd [quit].

Problem 1

Da das Programm ein Näherungsverfahren zur Lösung verwendet, können in bestimmten Situationen Rundungsfehler sichtbar werden.

Beispiel: $x^4 - 10x^3 + 28x^2 - 6x - 45 = 0$

Löst man man diese Polynomgleichung mit dem Polynomial Root Finder (Achtung: andere Koeffizienteneingabe), erhält man:

$x_1 = 5$, $x_2 = 3.000001531$, $x_3 = 2.999998469$, $x_4 = -1$

Hier vermutet man, dass Rundungsfehler die Doppellösung $x_2 = x_3 = 3$ verfälscht haben, was die Kontrollrechnung

$3^4 - 10 \cdot 3^3 + 28 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 - 45 = 81 - 270 + 252 - 18 - 45 = 0$

bestätigt. Daher sind $x_1 = 5$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$, $x_4 = -1$ die korrekten Lösungen.

Problem 2

Beispiel: $x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9 = 0$

Hier sehen die Lösungen noch seltsamer aus:

$x_1 = 3.000001501$

$x_2 = 2.999998499$

$x_3 = 1 + 6.530926427 \cdot 10^{-7} \cdot \mathrm{i}$

$x_4 = 1 - 6.530926427 \cdot 10^{-7} \cdot \mathrm{i}$

Um dieses Werte zu verstehen und zu korrigieren, muss man etwas weiter ausholen.

Imaginäre Zahlen

Die Gleichung $x^2 + 1 = 0$ ist in der Menge der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ bekanntlich unlösbar.

Von Carl Friedrich Gauss (1777–1855) stammt die Idee, eine Zahl zu definieren, deren Quadrat -1 ergibt. Diese Zahl wird *imaginäre Einheit* genannt und mit dem Symbol i bezeichnet. Kurz: $\mathrm{i}^2 = -1$

Damit wird die obige Gleichung durch die beiden imaginären Zahlen i und $-\mathrm{i}$ gelöst, wie man durch Einsetzen leicht überprüfen kann.

Mit der imaginären Einheit i darf man übrigens wie mit einer normalen Variable rechnen: $5\mathrm{i} - 3\mathrm{i} = 2\mathrm{i}$.

Sobald jedoch i^2 auftritt, kann dieser Term durch -1 ersetzt werden: $5\mathrm{i} \cdot 3\mathrm{i} = 15\mathrm{i}^2 = -15$.

Quadratische Gleichungen mit negativer Diskriminante

Mit der imaginären Einheit ausgerüstet, soll die Gleichung $x^2 - 4x + 13 = 0$ gelöst werden.

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 13 = -36$

Eine Gleichung mit negativer Diskriminante hat keine rellen Lösungen. Wir können aber $-36 = 36 \cdot (-1) = 36\,\mathrm{i}^2$ schreiben und weiter die Lösungformel anwenden:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{36\,\mathrm{i}^2}}{2} = \frac{4 + 6\,\mathrm{i}}{2} = 2 + 3\,\mathrm{i}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{36\,\mathrm{i}^2}}{2} = \frac{4 - 6\,\mathrm{i}}{2} = 2 - 3\,\mathrm{i}$$

Komplexe Zahlen

Dies gibt Anlass zur folgenden Definition:

Sind a und b reelle Zahlen, so wird der Ausdruck

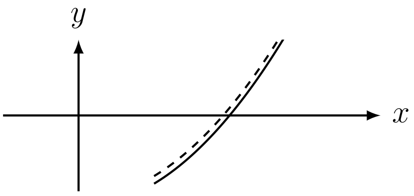
$$z = a + b \cdot \mathrm{i}$$

komplexe Zahl genannt.

a ist der *Realteil* und b der *Imaginärteil* von z.

Rundungsfehler

Man muss sich vorstellen, dass bei der näherungsweisen Lösung die Polynomgleichung in der Nähe ihrer Nullstellen durch eine einfacher lösbare Gleichung ersetzt wird. Wenn bei diesem Vorgang Rundungsfehler auftreten, so bedeutet dies, dass die zur Gleichung gehörende Funktion und damit ihre Nullstelle ebenfalls leicht verschoben wird. Bei Nullstellen, wie bei der abgebildeteten, entstehen – abgesehen vom Fehler – kein weiteren Probleme.



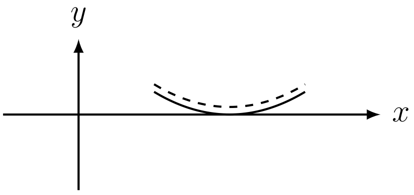
(Die Näherungsfunktion ist unterbrochen gezeichnet)

Doppellösungen

Doppelte (oder n-fache) Nullstellen entstehen, wenn die x-Achse an der Nullstelle eine Tangente des zugehörigen Graphen ist.

In diesem Fall kann eine kleine Abweichung bewirken, dass die Kurve keinen Schnittpunkt mehr mit der x-Achse – also auch keine reellen Lösungen – mehr besitzt.

Wie wir weiter oben gesehen haben, gibt es dennoch Lösungen, die jedoch *komplex* sind.



Auf diese Weise enstehen die Lösungen

$x_3 = 1 + 6.530926427 \cdot 10^{-7} \cdot \mathrm{i}$

$x_4 = 1 - 6.530926427 \cdot 10^{-7} \cdot \mathrm{i}$

wie sie uns weiter oben der TI-84 geliefert hat.

Es liegt an uns zu erkennen, dass die Imaginärteile ($\pm 6.530926427 \cdot 10^{-7}$) nahe bei Null liegen und höchstwahrscheinlich durch Rundungsfehler entstanden sind. Also lauten die richtigen Lösungen

$x_3 = 1$

$x_4 = 1$

was man durch Einsetzen in die Orginalgleichung $x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9 = 0$ leicht überprüfen kann.

5.1 Kontrollfragen

Aufgabe 5.1

Bestimme alle reellen Lösungen der Gleichung $x^2 - 5.9x + 8.5 = 0$.

$x_1 = 5/2 = 2.5,\ x_2 = 17/5 = 3.4$

Aufgabe 5.2

Bestimme alle reellen Lösungen der Gleichung $x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = 0$.

$x_1 = -2,\ x_2 = 3,\ x_3 = 3$

Aufgabe 5.3

Bestimme alle reellen Lösungen der Gleichung $x^3 + 12x^2 + 48x + 64 = 0$.

$x_1 = -4,\ x_2 = -4,\ x_3 = -4$

Aufgabe 5.4

Bestimme alle reellen Lösungen der Gleichung $x^5 - 10x^4 + 38x^3 - 68x^2 + 57x - 18 = 0$.

$x_1 = 3,\ x_2 = 3,\ x_3 = 2,\ x_4 = 1,\ x_5 = 1$

Aufgabe 5.5

Bestimme alle reellen Lösungen der Gleichung $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$.

$x_1 = -2,\ x_2 = -2,\ x_3 = 2,\ x_4 = 2$

6 Listen

Eine Listen ist eine Datenstruktur, in denen Daten in einer bestimmten Reihenfolge abgespeichert werden können.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29

Eine Liste wird erstellt, indem man mit 2nd [{] eine öffnende geschweifte Klammer eingibt, die Zahlen – durch Kommas getrennt – eingibt und mit der schliessenden geschweiften Klammer 2nd [}] beendet.

Beispiel:

```
{2,3,5,7,11}
                  {2 3 5 7 11}
```

In der Ausgabe wird die Liste (ohne Kommas) nochmals angezeigt.

Speichern von Listen (Variante 1)

Man verwende eine der sechs bestehenden Listenvariablen:

- 2nd [L1]
- 2nd [L2]
- ...
- 2nd [L6]

Achtung: Diese Variablennamen lassen sich nicht durch Kombinieren des Buchstabens „L“ mit einer der Ziffern 1–6 bilden.

Beispiel: {2,3,5,7,11}→L_1

Man erkennt die Variablennamen der Standard-Listen an dem grossen „L“ und der etwas kleineren Ziffer.

Speichern von Listen (Variante 2)

Bei Listen ist es möglich einen Variablennamen bis zu vier Zeichen zu verwenden. Es sind Buchstaben und Ziffern erlaubt. Das erste Zeichen muss jedoch ein Buchstabe sein.

Beispiel: {2,3,5,7,11}→PRIM

Der Taschenrechner speichert die Liste jedoch nicht unter dem Namen PRIM ab sonder unter dem Listennamen ʟPRIM. Um die Liste wieder aus dem Speicher zu holen wählt man entweder den entsprechenden Listennamen aus dem LIST/NAMES-Menu aus oder gibt den Listennamen direkt an, wobei ihm das ʟ (ganz unten im Menu LIST/OPS) voranzustellen ist.

Zugriff auf Listenelemente

Wer auf ein spezielles Listenelement zugreifen will, gibt die Position dieses Listenelementes in runden Klammern direkt nach dem Listennamen an:

Beispiel:

```
L1(3)
                              5
```

Rechnen mit Listen

Ein praktischer Nutzen von Listen besteht darin, mehrere Rechnungen gleichzeitig ausführen zu können.

Beispiele:

- 4*{1,5,-3,7} ⇒ {4,20,-12,28}
- {3,0,1}*{-2,2,5} ⇒ {-6,0,5}
- {3,0,1}*{-2,2} ⇒ DIM MISMATCH

Sortieren von Listen

In den Beispielen wird die Liste L1 $= \{1, 5, 3, 7\}$ verwendet.

- Listen in aufsteigender (ascending) Reihenfolge sortieren: LIST OPS SortA(L1)
- Listen in absteigender (descending) Reihenfolge sortieren: LIST OPS SortD(L1)

Vorsicht: Diese beiden Befehle sortieren „destruktiv"; d. h. die alte Reihenfolge wird durch die neue ersetzt.

Die Grösse einer Liste bestimmen

dim(L1)   bestimmt die Anzahl der Elemente der Liste L1.

Eine Liste mit einem vorgegebenen Element füllen

Fill(0,L1)   Füllt die Liste L1 mit lauter Nullen

Folgen konstruieren

Mit der Funktion seq (im Menü LIST/OPS) können Listen systematisch erzeugt werden. Als Beispiel soll eine Liste mit den Quadraten der ersten fünf natürlichen Zahlen erstellt werden.

Wenn im mode-Menü die Option STAT WIZARDS den Wert ON hat, führt ein Assistenzprogramm durch die Eingabe:

Argument	Eingabe	Kommentar
Expr:	X^2	Bildungsgesetz
Variable:	X	Laufvariable wiederholen
Start:	1	erster Index
End:	5	letzter Index
Step:	1	Schrittweite

Setzt man den Cursor auf PASTE und drückt [enter], so wird die eigentliche Formel

seq(X^2,X,1,5,1)

vom Assistenten in den Hauptbildschirm eingefügt und kann mit [enter] ausgeführt werden. Das Resultat lautet natürlich:

{1 4 9 16 25}

Hinweis: Wenn für Step kein Wert angegeben wird, wählt der TI-84 automatisch die Schrittweite 1.

Summe der Listenelemente

Die Summenfunktion erreicht man im Menü LIST MATH 5:sum(

Beispiel:

```
seq(X²,X,1,5,1)→L1
                {1 4 9 16 25}
sum(L1)
                           55
```

6.1 Kontrollfragen

Aufgabe 6.1 (a)

Speichere die Zahlen 5, -3, $\frac{7}{6}$, 42 und $\frac{4}{3}$ in der Liste L1 ab.

{5,-3,7/6,42,4/3} sto 2nd [L1] enter

Aufgabe 6.1 (b)

Berechne die Summe aller Zahlen in der Liste L1.

2nd [list] MATH 5:sum(2nd [L1]) enter

sum(L1) $\Rightarrow$ 46.5

Aufgabe 6.1 (c)

Berechne die Summe aller Quadrate der Zahlen in der Liste L1 und stelle das Resultat als Bruch dar.

```
sum(L1^2)►Frac
                64841/36
```

Aufgabe 6.2

Bestimme die Summe der ersten 10 natürlichen Kubikzahlen 1^3, 2^3, $\ldots$, 10^3.

```
seq(X^3,X,1,10)→L1
           {1 8, 27 64 125 ...}
sum(L1)
                          3025
```

Aufgabe 6.3

In einer Firma sind 5 Personen zu verschiedenen Stundenlöhnen angestellt. Zeige, wie mit Hilfe von Listen die gesamte Lohnsumme berechnet werden kann.

Person	A	B	C	D	E
Stundenlohn [Fr.]	30.50	32.–	28.50	35.–	33.50
Arbeitszeit [h]	177	189	201	193	194

```
{30.5,32,28.5,35,33.5}→L1
                                   ...
{177,189,201,193,194}→L2
                                   ...
sum(L1*L2)
                                 24957
```

Aufgabe 6.4

Ist der folgende Ausdruck definiert? Wenn ja, gib seinen Wert an.

{1,2,3,4,5}+10

```
{1,2,3,4,5}+10
                     {11 12 13 14 15}
```

Addiert man eine Zahl zu eine Liste, so wird diese Zahl zu *jedem* Listenelement addiert.

Aufgabe 6.5

Erzeuge für $x = 1, 2, \ldots, 100$ eine Liste mit den Werten der Funktion $f(x) = x^2 - 49x + 490$ und ermittle den kleinsten Wert.

```
seq(X²−49X+490,X,1,100)→L1
   {442 396 352 310 270 232 ...
SortA(L1)
                                  Done
L1
     {-110 -110 -108 -108 -104...
```

kleinster Wert: -110

Aufgabe 6.6

Bestimme die Summe der ersten 100 ungeraden Quadratzahlen.

Variante 1 (überspringen der geraden Zahlen):

```
sum(seq(X²,X,1,199,2))
                               1333300
```

Variante 2 (nur ungerade Zahlen erzeugen):

```
sum(seq((2X-1)²,X,1,100))
                               1333300
```

Aufgabe 6.7

Bestimme das 50. Element in der Liste L1, die mit dem Ausdruck

seq(A²−A+7,A,1,100,0.1)→L1

erzeugt wurde.

```
seq(A²−A+7,A,1,100,0.1)→L1
        {7 7.11 7.24 7.39 7.56 ...
L1(50)
                          35.91
```