
Deskriptive Statistik
Lösungen+

Aufgabe 1.1

- (a) *Sammelnde Statistik*: Wahl einer zufälligen Stichprobe aus der Grundgesamtheit.
- (b) *Beschreibende (deskriptive) Statistik*: Aufbereitung der Stichprobe (oder der Grundgesamtheit) mit Hilfe von Tabellen, Kennzahlen und Grafiken
- (c) *Beurteilende (induktive) Statistik*: Rückschlüsse von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit

Aufgabe 1.2

- (a) Bestimmung der Brenndauer von Kerzen
Stichprobe (Zerstörung der Merkmalsträger)
- (b) Untersuchung des Suchtverhaltens Jugendlicher
Stichprobe (grosse Grundgesamtheit)
- (c) Sicherheitstest bei Atomkraftwerken
Grundgesamtheit (Sicherheit)

Aufgabe 1.3

- (a) Du befragst deine Klassenkameraden nach ihrem Musikgeschmack.
Ad hoc Stichprobe (Achtung: damit sind später keine Rückschlüsse auf die Grundgesamtheit möglich)
- (b) In der gesamten Schweiz werden Personen aus verschiedenen Altersgruppen zufällig ausgewählt und danach befragt, wie viel Sport sie pro Woche betreiben.
(nach Alter) geschichtete Zufallsstichprobe
- (c) Das Bundesamt für Gesundheit befragt die Universitätskliniken in der Schweiz, wie viele Blinddarmoperationen im vergangenen Jahr durchgeführt wurden.
Klumpenstichprobe
- (d) Ein Meinungsforschungsinstitut wählt zufällig 300 Personen aus dem Kanton Nidwalden aus, um sie über aktuelle politische Themen zu befragen.
einfache Zufallsstichprobe

Aufgabe 1.4

- Merkmalsträger: *Säugetier*
Merkmal: *Lebensdauer*
Ausprägung: *3 Jahre (Eichörnchen)*
- Merkmalsträger: *Blütenpflanze*
Merkmal: *Farbe der Kronblätter*
Ausprägung: *rot*
- Merkmalsträger: *Hirsch*
Merkmal: *Anzahl der Geweihenden*
Ausprägung: *4*

Aufgabe 1.5

Messen bedeutet, dass Objekten nach festen Regeln Zahlen zugeordnet werden.

Aufgabe 1.6

- (a) Kaufpreis: *Verhältnisskala*
- (b) Temperatur in °C: *Intervallskala*
- (c) Staatsangehörigkeit: *Nominalskala*
- (d) Lebensalter (in Jahren): *Verhältnisskala*
- (e) Augenzahl beim Würfeln: *Ordinalskala*
- (f) Anzahl verkaufter Produkte: *Verhältnisskala*
- (g) Einkommen: *Verhältnisskala*
- (h) Zivilstand: *Nominalskala*

Aufgabe 1.7

- (a) Blutgruppe: *Nominalskala*
- (b) Schulnoten: *Ordinalskala*
- (c) Geschlecht: *Nominalskala*
- (d) Einwohnerzahl: *Verhältnisskala*
- (e) Temperatur in Grad Farenheit: *Intervallskala*
- (f) Punktzahl in einer Prüfung: *Verhältnisskala*
- (g) CH-Autokennzeichen: *Nominalskala*
- (h) Herstellungskosten für ein Produkt: *Verhältnisskala*

Aufgabe 2.1

$$(a) \sum_{i=4}^9 i = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$$

$$(b) \sum_{i=1}^4 (i + 3) = 4 + 5 + 6 + 7 = 22$$

$$(c) \sum_{k=1}^5 2k = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$$(d) \sum_{j=1}^6 (2j - 1) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

Aufgabe 2.2

$$(a) \sum_{k=0}^5 k^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$$

$$(b) \sum_{i=1}^{99} (-1)^i = -1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 = -1$$

$$(c) \sum_{i=1}^4 (i - 1)(i - 2)(i - 3) = 0 + 0 + 0 + 6 = 6$$

$$(d) \sum_{k=1}^{19} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

Aufgabe 2.3

$$(a) \sum_{i=3}^5 x_i = x_3 + x_4 + x_5$$

$$(b) \sum_{i=1}^{10} k = k + k + k + \dots + k = 10k$$

$$(c) \sum_{j=-100}^{100} j = (-100) + (-99) + \dots + 99 + 100 = 0$$

$$(d) \sum_{i=1}^{\infty} 0.1^i = 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots = 0.\bar{1} = \frac{1}{9}$$

Aufgabe 2.4

$$(a) 4 + 5 + 6 + \cdots + 16 + 17 = \sum_{i=4}^{17} i$$

$$(b) 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = \sum_{i=1}^5 2i$$

$$(c) 1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19 = \sum_{i=1}^{10} (2i - 1)$$

$$(d) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{49}{50} = \sum_{i=1}^{49} \frac{i}{i+1}$$

Aufgabe 2.5

$$(a) 1 + 8 + 27 + 64 + 125 = \sum_{i=1}^5 i^3$$

$$(b) 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 = \sum_{i=1}^6 (-1)^{n+1} \cdot i$$

$$(c) y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 = \sum_{i=4}^8 y_i$$

$$(d) z_1 + z_2^2 + z_3^3 + \cdots + z_9^9 = \sum_{i=1}^9 z_i^i$$

Aufgabe 2.6

$$(a) 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{100} = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i^2}$$

$$(b) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \cdots + \frac{99}{100} = \sum_{i=1}^{99} \frac{i}{i+1}$$

$$(c) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^i$$

Aufgabe 3.1

- (a) Ordnungsstatistik: 2, 4, 6
empirischer Mittelwert: $\bar{x} = 4$
empirische Varianz: $s^2 = 4$
empirische Standardabweichung: $s = 2$
Minimum: $x_{\min} = 2$
1. Quartil: $q_{0.25} = 2$
Median: $\tilde{x} = 4$
3. Quartil: $q_{0.75} = 6$
Maximum: $x_{\max} = 6$
Interquartilsdifferenz: $\text{IQR} = 4$
Spannweite: $R = 4$
Modus: –
- (b) Ordnungsstatistik: 4, 6, 7, 9, 9
empirischer Mittelwert: $\bar{x} = 7$
empirische Varianz: $s^2 = 4.5$
empirische Standardabweichung: $s = 2.1213$
Minimum: $x_{\min} = 4$
1. Quartil: $Q_1 = 5$
Median: $\tilde{x} = 7$
3. Quartil: $Q_3 = 9$
Maximum: $x_{\max} = 9$
Interquartilsdifferenz: $\text{IQR} = 4$
Spannweite: $R = 5$
Modus: 9
- (c) Ordnungsstatistik: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3
empirischer Mittelwert: $\bar{x} = 2$
empirische Varianz: $s^2 = 0.7368$
empirische Standardabweichung: $s = 0.8584$
Minimum: $x_{\min} = 1$
1. Quartil: $Q_1 = 1$
Median: $\tilde{x} = 2$
3. Quartil: $Q_3 = 3$
Maximum: $x_{\max} = 3$
Interquartilsdifferenz: $\text{IQR} = 2$
Spannweite: $R = 2$
Modus: nicht definiert

Aufgabe 3.2

$$(a) \bar{x} = \frac{9 + 7 + 11 + 8 + 13}{5} = \frac{48}{5} = 9.6$$

$$(b) \bar{x}_b = \frac{9 + 7 + 11 + 8 + 31}{5} = \frac{66}{5} = 13.2$$

$$13.2/9.6 \cdot 100 = 1.375 = 137.5\%$$

Der falsche Mittelwert ist um 37.5% grösser.

$$(c) \bar{x}_c = \frac{48 + 5 \cdot 10}{5} = \frac{48}{5} + \frac{50}{5} = 9.6 + 10 = 19.6$$

Ja, auch der Mittelwert ist um 10 grösser.

$$(d) \bar{x}_d = \frac{2 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 13}{5} \\ = \frac{2(9 + 7 + 11 + 8 + 13)}{5} = 19.2$$

Ja, auch der Mittelwert wird verdoppelt.

Aufgabe 3.3

$$\frac{1}{4} \cdot (5.2 + 8.9 + 3.7 + x_4) = 6.4 \quad || \cdot 4$$

$$5.2 + 8.9 + 3.7 + x_4 = 25.6 \quad || - 5.2 - 8.9 - 3.7$$

$$x_4 = 7.8$$

Aufgabe 3.4

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = 126.4$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 8 \cdot 126.4 \quad || + x_9$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_8 + x_9 = 1011.2 + 118.3$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_8 + x_9 = 1129.5$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8 + x_9}{9} = \frac{1129.5}{9}$$

$$\bar{x}_{\text{neu}} = 125.5$$

Aufgabe 3.5

- (a) empirischer Mittelwert: $\bar{x} = 34.1$ s
- (b) empirische Varianz: $s^2 = 134.7$ s²
- (c) empirische Standardabweichung: $s = 11.61$ s
- (d) Modus: 32 s
- (e) Median: $\tilde{x} = 32$ s
- (f) 1. Quartil: $x_{0.25} = 26$ s
3. Quartil: $x_{0.75} = 39$ s
- (g) Spannweite: $R = 51$ s
- (h) Interquartilabstand: $\text{IQR} = 13$ s

Aufgabe 3.6

Ordnungsstatistik: 2.10, 2.20, 2.30, 2.40, 2.40, 2.50, 2.60, 2.60, 2.60, 2.70, 2.90

- (a) empirischer Mittelwert: $\bar{x} = 2.482$ Fr.
- (b) Modus: 2.6 Fr.
- (c) Median: 2.5 Fr.
- (d) Spannweite: $R = 2.9 - 2.1 = 0.8$ Fr.
- (e) empirische Standardabweichung: $s = 0.232$ Fr.

Aufgabe 3.7

(a) Klassenmitte z_i (km/h)	absolute Häufigkeit h_i
137.5	18
141.0	38
143.0	82
145.0	105
147.0	89
149.0	46
152.5	22
	400

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k h_i z_i = \frac{18 \cdot 137.5 + \dots + 22 \cdot 152.5}{400}$$

$$\bar{x} = 145.19 \text{ km/h}$$

(b) Klassenmitte z_i (km/h)	abs. Häufigkeit h_i	kumuliert
137.5	18	18
141.0	38	56
143.0	82	138
145.0	105	243
147.0	89	332
149.0	46	378
152.5	22	400
	400	

Bei 400 Werten ist der Median der Mittelwert von $x_{(200)}$ und $x_{(201)}$ in der Ordnungsstatistik.

Diese beiden Werte liegen offenbar in Klasse mit der Klassenmitte 145 km/h.

(c) empirische Standardabweichung für klassierte Daten:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k h_i (z_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{18 \cdot (137.5 - 145.19)^2 + \dots + 22 \cdot (152.5 - 145.19)^2}{399}$$

$$= 10.686 \text{ km}^2/\text{h}^2$$

$$s = 3.27 \text{ km/h}$$

Aufgabe 3.8

$$\bar{x} = \frac{a + (a + 2) + (4a + 1)}{3} = \frac{6a + 3}{3} = 2a + 1$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{(a - 2a - 1)^2 + (a + 2 - 2a - 1)^2 + (4a + 1 - 2a - 1)^2}{2} \\ &= \frac{(-a - 1)^2 + (-a + 1)^2 + (2a)^2}{2} \\ &= \frac{a^2 + 2ab + 1 + a^2 - 2ab + 1 + 4a^2}{2} \\ &= \frac{6a^2 + 2}{2} = 3a^2 + 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.9

Eine Stichprobe besteht aus den drei Werten $x_1 = 10$, $x_2 = a$, und $x_3 = b$. Berechne die fehlenden Werte a und b , wenn der Mittelwert $\bar{x} = 26$ und die Standardabweichung $s = 14$ bekannt sind.

$$26 = \frac{10 + a + b}{3} \Rightarrow 78 = 10 + a + b \Rightarrow b = 68 - a$$

$$14^2 = \frac{(10 - 26)^2 + (a - 26)^2 + (b - 26)^2}{2}$$

$$392 = 256 + a^2 - 52a + 676 + (68 - a - 26)^2$$

$$\dots = \dots$$

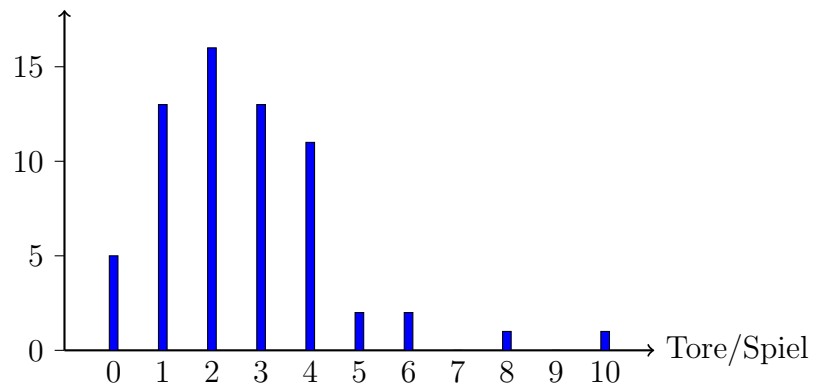
$$0 = 2a^2 - 136a + 2304$$

$$a = 32 \Rightarrow b = 68 - a = 36$$

Aufgabe 4.1

Anzahl Tore	Stichliste	abs. Häufigkeit
0		5
1		13
2		16
3		13
4		11
5		2
6		2
7		0
8		1
9		0
10		1
Summe		64

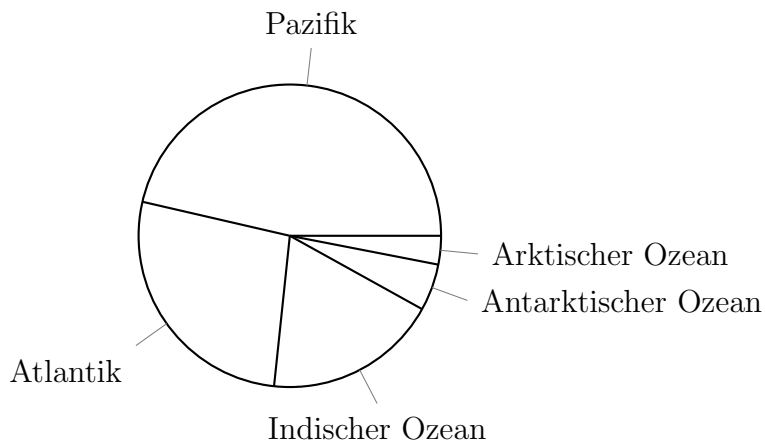
abs. Häufigkeit



Aufgabe 4.2

Berechnung der Zentriwinkel: $\alpha_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \cdot 360^\circ$

Ozean	Fläche	Winkel
Pazifik	183.4	167°
Atlantik	106.7	97°
Indischer Ozean	73.8	67°
Antarktischer Ozean	19.7	18°
Arktischer Ozean	12.4	11°
Summe	396.0	360°

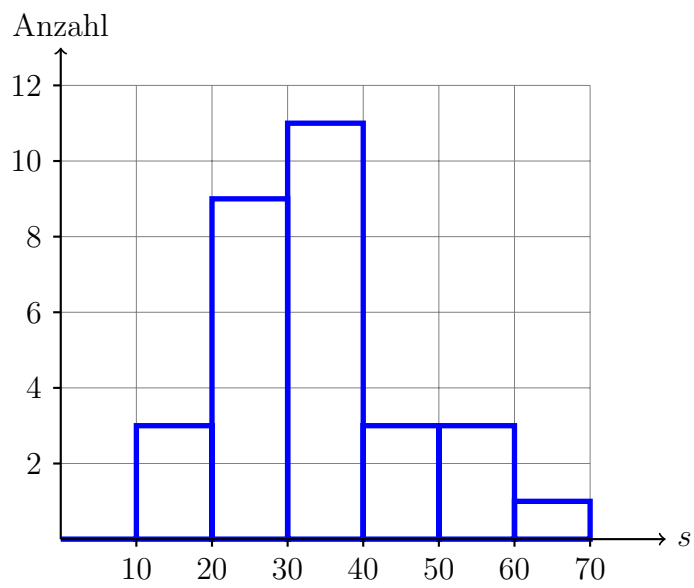


Aufgabe 4.3

Menschen können in der Regel Längenunterschiede oder Längenverhältnisse gut erkennen. Bei Flächen oder Volumina ist dies nicht der Fall.

Aufgabe 4.4

Klasse	absolute Häufigkeit
$(0, 10]$	0
$(10, 20]$	3
$(20, 30]$	9
$(30, 40]$	11
$(40, 50]$	3
$(50, 60]$	3
$(60, 70]$	1



Aufgabe 4.5

(a) Daten sortieren (Ordnungsstatistik):

20 25 25 30 35 35 35 40 60 70

(b) Minimum, 1. Quartil, Median, 3. Quartil, Maximum und IQR bestimmen:

- $x_{\min} = 20$
- $q_{0.25} = 25$
- $\tilde{x} = 35$
- $q_{0.75} = 40$
- $x_{\max} = 70$
- $\text{IQR} = q_{0.75} - q_{0.25} = 15$

(c) allfällige Ausreisser bestimmen:

- $q_{0.25} - 1.5 \cdot \text{IQR} = 25 - 22.5 = 2.5$
keine unteren Ausreisser
- $q_{0.75} + 1.5 \cdot \text{IQR} = 40 + 22.5 = 62.5$
70 ist ein oberer Ausreisser

(d) Boxplot zeichnen:

