

Aufgabe 1

$$\log_2 8 = \log_2(2^3) = 3$$

Aufgabe 2

$$\log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$$

Aufgabe 3

$$\log_7 1 = \log_7 7^0 = 0$$

Aufgabe 4

Logarithmen sind nur für positive Numeri definiert.

Aufgabe 5

$$\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2$$

Aufgabe 6

$$\log_{\frac{4}{7}} \frac{49}{16} = \log_{\frac{4}{7}} \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \log_{\frac{4}{7}} \left(\frac{4}{7}\right)^{-2} = -2$$

Aufgabe 7

$$\log_{10} (\log_{10} 10^{1000}) = \log_{10} 1000 = \log_{10} 10^3 = 3$$

Aufgabe 8

$$\log_{\sqrt{2}} (\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}) = \log_{\sqrt{2}} 1 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}^0 = 0$$

Aufgabe 9

$$\log_{\sqrt{5}}(5\sqrt{5}) = \log_{\sqrt{5}}(\sqrt{5}^2 \sqrt{5}^1) = \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5}^3 = 3$$

Aufgabe 10

$$\log_3 \sqrt{3} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 11

$$\log_{49} 7 = \log_{49} \sqrt{49} = \log_{49} 49^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 12

$$\log_4 \sqrt{2} = x \Rightarrow 4^x = \sqrt{2} \Rightarrow 2^{2x} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

Aufgabe 13

$$\log_9 \frac{1}{3} = \log_9 \frac{1}{\sqrt{9}} = \log_9 (\sqrt{9})^{-1} = \log_9 (9^{\frac{1}{2}})^{-1} = \log_9 9^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

Aufgabe 14

$$\log_{\frac{3}{4}} \sqrt[3]{\frac{4}{3}} = x \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

Aufgabe 15

$$\log_{1000} 100\,000 = x \Rightarrow 1000^x = 100\,000 \Rightarrow 10^{3x} = 10^5 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

Aufgabe 16

$$\log_4 \frac{1}{8} = x \Rightarrow 4^x = 8^{-1} \Rightarrow 2^{2x} = 2^{-3} \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Aufgabe 17

$$\log_x 64 = 2 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8 \text{ (für } x = -8 \text{ ist } \log_x 64 \text{ nicht definiert)}$$

Aufgabe 18

$$\log_x 100 = 4 \Rightarrow x^4 = 100 \Rightarrow x^4 = 10^2 \Rightarrow x^4 = (10^{\frac{1}{2}})^4 \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

Aufgabe 19

$$\log_x 1 = 1 \Rightarrow x^1 = 1^1 \Rightarrow x = 1$$

Aufgabe 20

$$\log_x 1 = 0 \Rightarrow x^0 = 1 \Rightarrow L = \mathbb{R}^+$$

Aufgabe 21

$$\log_x 5 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 5 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25$$

Aufgabe 22

$$\log_x 4 = -2 \Rightarrow x^{-2} = 4 \Rightarrow x^{-2} = 2^2 \Rightarrow x^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 23

$$2^{\log_2 8} = 2^3 = 8$$

Aufgabe 24

$$5^{\log_5 7} = 7$$

Aufgabe 25

$$\log_a \frac{xy}{z} = \log_a x + \log_a y - \log_a z$$

Aufgabe 26

$$\log_a \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \log_a 1 - \log_a x^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_a x$$

Aufgabe 27

$$-2 \log_a x + \frac{1}{2} \log_a y = \log_a x^{-2} + \log_a y^{\frac{1}{2}} = \log_a (x^{-2} \cdot \sqrt{y}) = \log_a \frac{\sqrt{y}}{x^2}$$

Aufgabe 28

$$\begin{aligned} 4 + 3(\log_a b - 2 \log_a c) &= \log_a a^4 + 3 \log_a b - 6 \log_a c \\ &= \log_a a^4 + \log_a b^3 - \log_a c^6 = \log_a \frac{a^4 \cdot b^3}{c^6} \end{aligned}$$

Aufgabe 29

$$\log_{10}(x-1) + \log_{10}(x-2) = \log_{10}(x+1) + \log_{10}(x+3) \quad \text{Logarithmengesetze}$$

$$\log_{10}(x-1)(x-2) = \log_{10}(x+1)(x+3)$$

$$(x-1)(x-2) = (x+1)(x+3)$$

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 + 4x + 3$$

$$-7x = 1$$

$$x = -1/7$$

$$\log_{10} \frac{-8}{7} + \log_{10} \frac{-15}{7} = \log_{10} \frac{6}{7} + \log_{10} \frac{20}{7} \quad (\text{Probe})$$

$$L = \{ \}$$

Aufgabe 30

$$\log_{10}(x+1)^2 - \log_{10} 10^1 = \log_{10}(x+1)$$

$$\log_{10} \frac{(x+1)^2}{10} = \log_{10}(x+1)$$

$$\frac{(x+1)^2}{10} = x+1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 10x + 10$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x-9)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 9 \quad (\text{Probe: ok})$$

$$x_2 = -1 \quad (\text{Probe: keine Lösung})$$

$$L = \{9\}$$

Aufgabe 31

$$\frac{\ln 11}{\ln 7} = \log_7 11$$

Aufgabe 32

$$\log_a b \cdot \log_b a = \frac{\log_c b}{\log_c a} \cdot \frac{\log_c a}{\log_c b} = 1$$

Aufgabe 33

$$\frac{\log_7 32 \cdot \log_9 \sqrt{7}}{\log_3 4} = \frac{\lg 2^5 \cdot \lg 7^{\frac{1}{2}}}{\lg 7 \cdot \lg 3^2} = \frac{5 \cdot \lg 2 \cdot \frac{1}{2} \lg 7 \cdot \lg 3}{\lg 7 \cdot 2 \cdot \lg 3 \cdot 2 \cdot \lg 2} = \frac{5/2}{4} = \frac{5}{8}$$