

Aufgabe 1

$$\begin{array}{cccc} 3 & -5 & -5 & 5 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 3 & 5 \end{array}$$

Tausche Zeilen 1 und 2:

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & -5 & 5 \\ 3 & -2 & 3 & 5 \end{array}$$

Addiere das (-3) -fache von Zeile 1 zur Zeile 2:Addiere das (-3) -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -5 & 8 \\ 0 & 1 & 3 & 8 \end{array}$$

Tausche Zeilen 2 und 3:

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 8 \\ 0 & -2 & -5 & 8 \end{array}$$

Addiere das 2-fache von Zeile 2 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 24 \end{array}$$

Addiere das (-3) -fache von Zeile 3 zur Zeile 2:

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -64 \\ 0 & 0 & 1 & 24 \end{array}$$

Addiere das 1-fache von Zeile 2 zur Zeile 1:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -65 \\ 0 & 1 & 0 & -64 \\ 0 & 0 & 1 & 24 \end{array}$$

$$L = \{(-65, -64, 24)\}$$

Aufgabe 2

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 5 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -3 & -1 & 2 \end{array}$$

Tausche Zeilen 1 und 2:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -3 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -3 & -1 & 2 \end{array}$$

Addiere das (-3) -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

Addiere das 1-fache von Zeile 1 zur Zeile 4:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & -6 & -1 & 0 \end{array}$$

Addiere das (-1) -fache von Zeile 2 zur Zeile 3:

Addiere das 1-fache von Zeile 2 zur Zeile 4:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 \end{array}$$

Addiere das 1-fache von Zeile 3 zur Zeile 4:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 4 \end{array}$$

Multipliziere Zeile 4 mit $-\frac{1}{2}$:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}$$

Addiere Zeile 4 zur Zeile 2:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}$$

Addiere das 3-fache von Zeile 3 zur Zeile 1:

Addiere das (-5) -fache von Zeile 3 zur Zeile 2:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}$$

$$L = \{(4, -10, 2, -2)\}$$

Aufgabe 3

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 & 4 \end{array}$$

Addiere das (-2) -fache von Zeile 1 zur Zeile 2:

Addiere das (-3) -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

Addiere das (-2) -fache von Zeile 1 zur Zeile 4:

Addiere das (-1) -fache von Zeile 1 zur Zeile 5:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & -7 \\ 0 & -1 & -1 & -4 & 1 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 3 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \end{array}$$

Addiere das 1-fache von Zeile 2 zur Zeile 3:

Addiere das (-1) -fache von Zeile 2 zur Zeile 4:

Addiere das (-1) -fache von Zeile 2 zur Zeile 5:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 4 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 7 \end{array}$$

Multipliziere Zeile 3 mit -1 :

Multipliziere Zeile 4 mit -1 :

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -4 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 7 \end{array}$$

Addiere das (-3) -fache von Zeile 4 zur Zeile 5:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -4 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

Addiere das (-3) -fache von Zeile 5 zur Zeile 2:

Addiere das 4-fache von Zeile 5 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -19 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 0 & 34 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

Addiere das (-3) -fache von Zeile 4 zur Zeile 1:

Addiere das 1-fache von Zeile 4 zur Zeile 2:

Addiere das (-5) -fache von Zeile 4 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -18 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 29 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4
\end{array}$$

Addiere das (-1) -fache von Zeile 3 zur Zeile 1:

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 0 & 0 & 0 & -28 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -18 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 29 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4
\end{array}$$

Addiere das (-2) -fache von Zeile 2 zur Zeile 1:

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -18 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 29 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4
\end{array}$$

$$L = \{(8, -18, 29, 1, 4)\}$$

Aufgabe 4

$$\begin{array}{cccc}
1 & 2 & 1 & 1 \\
5 & 9 & 4 & 6
\end{array}$$

Addiere das (-5) -fache von Zeile 1 zur Zeile 2:

$$\begin{array}{cccc}
1 & 2 & 1 & 1 \\
0 & -1 & -1 & 1
\end{array}$$

Multipliziere Zeile 2 mit -1 :

$$\begin{array}{cccc}
1 & 2 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 1 & -1
\end{array}$$

Addiere das (-2) -fache von Zeile 2 zur Zeile 1:

$$\begin{array}{cccc}
1 & 0 & -1 & 3 \\
0 & 1 & 1 & -1
\end{array}$$

$$L = \{(x, y, z) : x = 3 + z, y = -1 - z, z \in \mathbb{R}\}$$

Aufgabe 5

$$\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 3 & -1 \\
2 & 1 & 5 & 1 \\
3 & 4 & 5 & 4
\end{array}$$

Addiere das (-2) -fache von Zeile 1 zur Zeile 2:

Addiere das (-3) -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -4 & 7 \end{array}$$

Addiere das (-4) -fache von Zeile 2 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{array}$$

Multipliziere Zeile 3 mit $-\frac{1}{5}$:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Addiere das 1-fache von Zeile 3 zur Zeile 1:

Addiere das (-3) -fache von Zeile 3 zur Zeile 2:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$L = \{ \}$$

Aufgabe 6

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{array}$$

Addiere das -4 -fache von Zeile 1 zur Zeile 2:

Addiere das -5 -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -5 & -15 \\ 0 & -8 & -24 \end{array}$$

Multipliziere Zeile 2 mit $-\frac{1}{5}$:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & -8 & -24 \end{array}$$

Addiere das 8-fache von Zeile 2 zur Zeile 3:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Addiere das -2 -fache von Zeile 2 zur Zeile 1:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$L = \{(-1, 3)\}$$