

Aufgabe 1

$$\sum_{k=1}^5 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$$

Aufgabe 2

$$\sum_{k=6}^{14} 9 = 9 + 9 + \dots + 9 \stackrel{!}{=} (14 - 6 + 1) \cdot 9 = 81$$

Aufgabe 3

$$\sum_{k=1}^{25} k = 1 + 2 + \dots + 25 \stackrel{*}{=} \frac{25 \cdot (1 + 25)}{2} = 325$$

* Siehe im Fundamentum auf Seite 52 unter *Arithmetische Reihe*.

Aufgabe 4

$$\sum_{k=8}^{32} k = 8 + 9 + \dots + 32 = \frac{25 \cdot (8 + 32)}{2} = 500$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \sum_{k=3}^{22} 101k &= 101 \sum_{k=3}^{22} k \\ &= 101 \cdot (3 + 4 + \dots + 22) \\ &= 101 \cdot \frac{20 \cdot (3 + 22)}{2} \\ &= 101 \cdot 250 \\ &= 25250 \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$\sum_{k=1}^{12} (4k + 1) = 5 + 9 + \dots + 49 = \frac{12 \cdot (5 + 49)}{2} = 324$$

Aufgabe 7

$$\begin{aligned}\sum_{k=-6}^{19} (3k + 4) &= (-14) + (-11) + \dots + 61 \\ &= \frac{26 \cdot (-14 + 61)}{2} = 611\end{aligned}$$

Aufgabe 8

$$\begin{aligned}\sum_{k=-2502}^{2502} (8k + 10) &= (-20006) + (-19998) + \dots + 20026 \\ &= \sum_{k=-2502}^{2502} 8k + \sum_{k=-2502}^{2502} 10 \\ &= 0 + (2502 - (-2502) + 1) \cdot 10 \\ &= 5005 \cdot 10 \\ &= 50050\end{aligned}$$

Aufgabe 9

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{75} (2k - 1) &= 1 + 3 + \dots + 149 \\ &= \frac{75 \cdot (1 + 149)}{2} = 5625\end{aligned}$$

oder schneller:

$$\sum_{k=1}^{75} (2k - 1) = 1 + 3 + \dots + 149 \stackrel{*}{=} 75^2 = 5625$$

* Siehe im Fundamentum auf Seite 53 unter *Potenzsummen*.

Aufgabe 10

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^6 2^k &= \sum_{k=1}^6 2^1 \cdot 2^{k-1} = 2 \cdot \sum_{k=1}^6 2^{k-1} \\ &\stackrel{*}{=} 2 \cdot \frac{2^6 - 1}{2 - 1} = 126\end{aligned}$$

* Siehe im Fundamentum auf Seite 53 unter *geometrische Reihe*.

Aufgabe 11

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^6 (-3)^k &= \sum_{k=1}^6 (-3)^1 \cdot (-3)^{k-1} = -3 \cdot \sum_{k=1}^6 (-3)^{k-1} \\ &= -3 \cdot \frac{(-3)^6 - 1}{(-3) - 1} = 546\end{aligned}$$

Aufgabe 12

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^k &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^1 \left(\frac{1}{10}\right)^{k-1} \\ &= \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^{k-1} \\ &\stackrel{*}{=} \frac{1}{10} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{10}\right)^n - 1}{\left(\frac{1}{10}\right) - 1} \\ &= \frac{1}{10} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 0}{1 - \left(\frac{1}{10}\right)} \\ &= \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{\frac{9}{10}} = \frac{1}{9}\end{aligned}$$

* Siehe *unendliche geometrische Reihe* im Fundamentum auf Seite 53

Aufgabe 13

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^k &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^1 \left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1} \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1} \\ &= -\frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} \\ &= -\frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 0}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

Aufgabe 14

$$\sum_{k=1}^{22} k^2 \stackrel{*}{=} \frac{22 \cdot 23 \cdot 45}{6} = 3795$$

* Siehe im Fundamentum auf Seite 53 unter *Potenzsummen*.

Aufgabe 15

$$\begin{aligned}\sum_{k=6}^{24} k^2 &= \sum_{k=1}^{24} k^2 - \sum_{k=1}^5 k^2 \\ &\stackrel{*}{=} \frac{24 \cdot 25 \cdot 49}{6} - \frac{6 \cdot 7 \cdot 13}{6} \\ &= 4900 - 91 = 4809\end{aligned}$$

* Siehe im Fundamentum auf Seite 53 unter *Potenzsummen*.

Aufgabe 16

$$\sum_{k=1}^{25} k^3 \stackrel{*}{=} \frac{25^2 \cdot 26^2}{4} = 105625$$

* Siehe im Fundamentum auf Seite 53 unter *Potenzsummen*.

Aufgabe 17

$$\sum_{k=1}^6 (-1)^k k = (-1) + 2 + (-3) + 4 + (-5) + 6 = 3$$